

Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2007-05

**Incertidumbre sobre la Persistencia de Choques
Cost-Push y la Reacción Óptima de la Autoridad
Monetaria**

Arnulfo Rodríguez
Banco de México

Fidel González
Sam Houston State University

Jesús R. González García
IMF

Marzo 2007

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively the responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Incertidumbre sobre la Persistencia de Choques Cost-Push y la Reacción Óptima de la Autoridad Monetaria*

Arnulfo Rodríguez[†]
Banco de México

Fidel González[‡]
Sam Houston State University

Jesús R. González García[§]
IMF

Resumen

En este documento formalizamos la incertidumbre de la persistencia de choques cost-push al usar un modelo de control óptimo para una economía abierta con transiciones de Markov y control robusto. Este último es usado únicamente en uno de los regímenes para producir choques cost-push más persistentes en ese régimen. Condicionando a estar en el régimen con relativamente menor persistencia, obtenemos dos resultados principales: a) la subestimación de la probabilidad de transitar al régimen con choques cost-push relativamente más persistentes ocasiona pérdidas de bienestar mayores que su sobreestimación; y b) las pérdidas de bienestar asociadas ya sea con la subestimación o la sobreestimación de tal probabilidad se incrementan con el tamaño del castigo sobre las desviaciones de la inflación de su objetivo.

Palabras Clave: Incertidumbre de modelo, Robustez, Transición de regímenes de Markov, Política monetaria, Inflación por objetivos.

*Agradecemos a Alejandro Díaz de León, Alberto Torres, Ana María Aguilar, Arturo Antón, Daniel Chiquiar, Alejandro Gaytán y Rodrigo García por comentarios muy útiles. Pedro León de la Barra, Mario Oliva, Brenda Jarillo, Lorenzo E. Bernal and Everardo Quezada nos brindaron una excelente asistencia de investigación.

[†] Dirección General de Investigación Económica. Email: arodriguez@banxico.org.mx.

[‡] Department of Economics and International Business, Sam Houston State University.
Email: fidel.gonzalez@shsu.edu.

[§] Statistics Department, IMF. Email: jgonzalezgarcia@imf.org.

1. Introducción

Una de las principales preocupaciones de la política monetaria es la incertidumbre sobre la persistencia de choques cost-push. Por ejemplo, durante el año 2004, un incremento en la demanda global de commodities (o bienes primarios) generó un incremento en sus precios internacionales, a lo cual numerosos bancos centrales reaccionaron con cautela ante la posibilidad de enfrentar presiones inflacionarias a lo largo del año. La Figura 1 muestra el incremento en los precios de los commodities durante el 2004. En el caso de México, la preocupación por los choques en los precios se debió a diferentes factores. Primero, el impacto directo de mayores precios de los commodities sobre la inflación. Segundo, la incertidumbre con respecto a la evolución de los precios de los commodities en el futuro. Tercero, la posibilidad de efectos de segunda ronda generados por los choques anteriormente mencionados sobre el proceso de formación de precios. Finalmente, la posibilidad de efectos no deseados sobre la inflación derivados de la combinación de incrementos continuos en los precios de los commodities y la recuperación de la economía global.¹

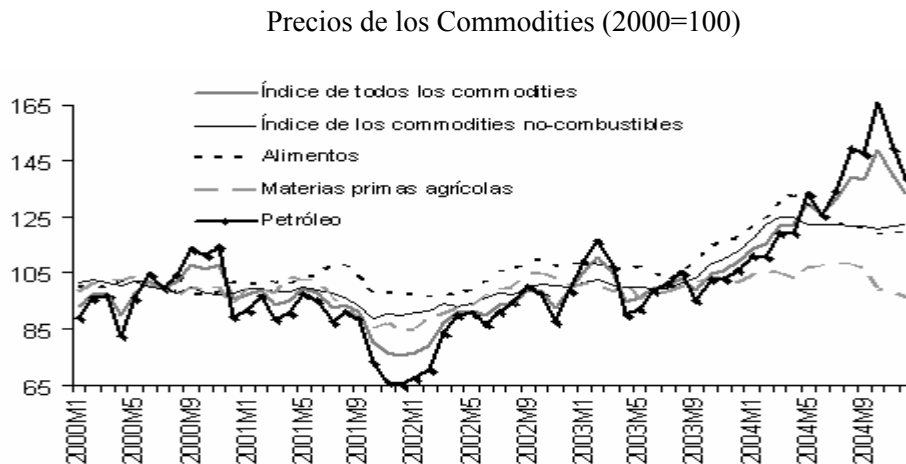


Figura 1. Precios de Commodities Mundiales 2000-2004

¹ La posibilidad de efectos persistentes de los choques observados en 2004 fue destacado en el Resumen del Reporte Trimestral de Inflación Octubre-Diciembre 2004 publicado por el Banco de México en Enero de 2005.

En este documento de investigación, desarrollamos un marco teórico para obtener la política óptima de una autoridad monetaria con objetivos de inflación en un escenario de incertidumbre sobre la persistencia de choques cost-push². Nosotros permitimos que la economía alterne aleatoriamente entre dos regímenes, los cuales difieren únicamente en el grado de persistencia de los choques cost-push. La posibilidad de cambios repentinos en la persistencia de los choques cost-push está dada por la introducción de control robusto en sólo uno de los regímenes de los procesos de cadenas de Markov. Siguiendo a Hansen y Sargent (2003), el control robusto en un régimen se especifica a través de un conjunto de distorsiones aditivas al proceso cost-push de tal forma que se generen choques más persistentes en comparación con los del régimen no robusto. La combinación de control robusto y las transiciones de Markov es aplicada a un modelo de economía abierta para la economía mexicana. Obtenemos las pérdidas de bienestar condicionadas a estar en el régimen que presentó relativamente menor persistencia en los choques. En la evaluación de la regla de política monetaria, comparamos las pérdidas de descuido con las de cautela. Por una parte, las pérdidas de descuido ocurren cuando la autoridad monetaria subestima la probabilidad de transitar al régimen con relativamente mayor persistencia en los choques. Por otra parte, las pérdidas de cautela ocurren cuando la autoridad monetaria sobreestima la probabilidad anteriormente mencionada.

Nuestra investigación sugiere que la autoridad monetaria en este ambiente debería de equivocarse por el lado de la cautela. Encontramos que una autoridad monetaria cautelosa propicia menores pérdidas de bienestar que una descuidada cuando es posible cambiar al régimen con relativamente mayor persistencia en los choques cost-push. Además, demostramos que ambos tipos de pérdidas, descuido y cautela, se incrementan con la penalidad asignada a las desviaciones de la inflación con respecto a su meta.

² Para los propósitos de este documento de investigación, los factores subyacentes que afectan este tipo de incertidumbre no son distinguibles.

La literatura previa en control robusto encuentra que la política monetaria óptima generalmente demanda una mayor respuesta de la tasa de interés ante fluctuaciones en las variables objetivo, como inflación y brecha del producto cuando se compara con el caso de no incertidumbre. En particular, Becker *et al.* (1994) presentan un algoritmo para decisiones robustas óptimas con modelos estocásticos no lineales aplicados al Reino Unido. Tetlow y von zur Muehlen (2001a) exploran dos tipos de incertidumbre de modelo Knightiana para explicar la diferencia entre las reglas de tasa de interés estimadas y las descripciones de retroalimentación óptimas de política monetaria.³ Tetlow y von zur Muehlen (2001b) examinan el control robusto por medio de tres diferentes formas de modelación de la mala especificación para explicar el fenómeno inflacionario que se vivió en Los Estados Unidos durante la década de los setentas. Rustem *et al.* (2001) comparan las recomendaciones de política para los peores escenarios con aquéllas que se derivan usando control robusto en regímenes con objetivos de inflación. Stock (1999), Onatski y Stock (2002), y Giannoni (2002) estudian un tipo de incertidumbre que se refleja en los valores de los coeficientes para las ecuaciones lineales de un modelo estructural. Walsh (2004) concluye que los problemas generados por choques inesperados se tornan más serios si los choques duran más tiempo. En consecuencia, los banqueros centrales que deseen una política robusta reaccionarán a cualquier choque de inflación como si este fuese más persistente. Procesos de Markov en problemas de control óptimo han sido objeto de interés reciente. Zampolli (2006) combina control óptimo y procesos de Markov y encuentra políticas monetarias óptimas más cautelosas ante la presencia de cambios abruptos en un parámetro multiplicativo. Blake y Zampolli (2006) extienden estos resultados para encontrar la política monetaria óptima que es consistente en el tiempo para modelos con variables forward-looking.

³ Los autores hablan acerca de la noción de incertidumbre Knightiana cuando la mejor estimación del modelo verdadero está seriamente defectuosa pero de una manera no especificable.

Según el conocimiento de los autores, no han habido estudios previos que combinen procesos de Markov y control robusto con el propósito de obtener la política óptima ante la presencia de incertidumbre sobre la persistencia de choques cost-push. Condicionando a estar en el régimen con relativamente menor persistencia, encontramos dos resultados principales: 1) la subestimación de la probabilidad de transitar a un régimen con relativamente mayor persistencia en los choques causa una mayor pérdida de bienestar que su sobreestimación; y 2) las pérdidas asociadas con la subestimación y la sobreestimación de dicha probabilidad aumentan con la penalidad que se asigne a las desviaciones de la inflación con respecto a su objetivo. Estos resultados argumentan a favor de la cautela sobre el descuido cuando es posible transitar a un régimen con relativamente mayor persistencia en los choques cost-push.

El resto de este documento está organizado como a continuación se indica. En la Sección 2, definimos el problema de control óptimo con cambios de régimen no estructurados. La Sección 3 muestra el procedimiento para calcular la solución óptima al problema que combina procesos de Markov y control robusto. La Sección 4 presenta un modelo de economía abierta para la economía mexicana. La Sección 5 describe el procedimiento para encontrar un nivel razonable de robustez. En la Sección 6, obtenemos las pérdidas de descuido y cautela para diferentes parámetros de las preferencias de la autoridad monetaria. Finalmente, la Sección 7 presenta nuestras conclusiones.

2. Problema de Control Óptimo con cambios de régimen no estructurados

En este modelo, el hacedor de política es una autoridad monetaria con un objetivo de inflación. Además, en cualquier momento del tiempo la economía puede alternar entre dos regímenes. La probabilidad de transitar de un régimen a otro está dada por un proceso de cadenas de Markov de primer orden. En el régimen 1, el hacedor de política se encuentra en una situación de incertidumbre con respecto al proceso cost-push que enfrenta y no puede asignar probabilidades a conjuntos

alternativos de especificaciones para el proceso cost-push. Para lidiar con la incertidumbre de modelo Knightiana, el hacedor de política usa control robusto e introduce una distorsión autocorrelacionada en el proceso cost-push bajo la forma de una nueva variable de control, ω_{t+1} . El valor de ω_{t+1} depende del régimen del siguiente periodo y, en última instancia, de la historia de las variables de estado.⁴ Esta situación descrita produce una diferencia clave entre los dos regímenes: los choques cost-push son más persistentes en el régimen 1 que en el régimen 2. Sin embargo, la distorsión necesita estar acotada ya que de lo contrario produciría un daño infinito al hacedor de política. La acotación para ω_{t+1} se escoge fuera del modelo y está inversamente relacionada con el parámetro “libre” del control robusto, θ . Un aumento en θ disminuye el nivel de incertidumbre de modelo Knightiana y la persistencia de un choque cost-push en el régimen 1. Cuando $\theta \rightarrow \infty$, la incertidumbre de modelo Knightiana desaparece y la persistencia de los choques cost-push es la misma en ambos regímenes. Además, dado que en el régimen 1 el hacedor de política enfrenta incertidumbre de modelo Knightiana, el cambio de régimen es no estructurado –p.ej. no hay un cambio en un parámetro particular cuando hay transición de régimen.

El problema del hacedor de política es un Problema Cuadrático Lineal (PCL) de horizonte infinito, el cual consiste en elegir la tasa de interés nominal que minimice la variabilidad de la tasa de interés nominal y las desviaciones de la inflación y la brecha del producto de sus respectivas metas. La función cuadrática de pérdidas puede ser expresada de la siguiente forma:

$$L_t = E_t \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \left[(1-\phi) \left[144\alpha(\pi_{t+k} - \pi^*)^2 + (1-\alpha)x_{t+k}^2 \right] + \phi(i_{t+k} - i_{t-1+k})^2 \right] \quad (1)$$

⁴ Debido a que la distorsión ω_{t+1} es eliminada en el régimen 2, el proceso cost-push no se hace relativamente más persistente en tal régimen –p.ej. no hay incertidumbre de modelo Knightiana en el régimen 2.

Además, el hacedor de política introduce un agente “maligno” ficticio que trata de maximizar las desviaciones en el régimen 1 al hacer que el proceso cost-push sea relativamente más persistente. Adicionalmente, el hacedor de política encara un conjunto de restricciones y transición de régimen. Los cambios de régimen no estructurados se generan al cambiar el valor del parámetro “libre” de control robusto. Formalmente, el problema de control robusto consiste en elegir \mathbf{u}_{it}^* para extremizar el criterio de la función cuadrática.⁵ Debido a que las ecuaciones de Riccati para el PCL resultan de las condiciones de primer orden, y las condiciones de primer orden para extremizar el criterio de la función cuadrática son iguales a aquéllas para un PCL ordinario (no-robusto) con dos controles (ver Hansen y Sargent, 2003, pp. 29-30), el problema de control óptimo con cambios de régimen no estructurados puede ser escrito de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}'_{it} \mathbf{V}_{it} \mathbf{x}_{it} + d_{it} = \min_{\mathbf{u}_{it}^*} \max \left[\mathbf{x}'_{it} \tilde{\mathbf{Q}}_{it} \mathbf{x}_{it} + 2\mathbf{x}'_{it} \tilde{\mathbf{U}}_{it} \mathbf{u}_{it}^* + \mathbf{u}_{it}^{*\prime} \tilde{\mathbf{R}}_{it} \mathbf{u}_{it}^* + \beta \mathbf{E}_t (\mathbf{x}'_{it+1} \mathbf{V}_{it+1} \mathbf{x}_{it+1} + d_{it+1}) \right] \quad (2)$$

Sujeto al sistema de ecuaciones⁶

$$\mathbf{x}_{it+1} = \tilde{\mathbf{A}}_{jt} \mathbf{x}_{it} + \tilde{\mathbf{B}}_{jt} \mathbf{u}_{it}^* + \mathbf{C}_j \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}, \quad \mathbf{x}_{it} \text{ dado}, \quad i = 1, 2 \text{ y } j = 1, 2 \quad (3)$$

donde \mathbf{x}_{it} es un vector $n_1 \times 1$ de variables de estado predeterminadas para el periodo t ; β es el factor descuento ($0 < \beta \leq 1$); \mathbf{V}_{it} es el valor de la función en el régimen i en el periodo t . El nuevo control \mathbf{u}_{it}^* es un vector $(m+n_1) \times 1$ de variables de control y distorsiones de modelo para el régimen i en el periodo t dado por:

$$\mathbf{u}_{it}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{it} & (m \times 1) \\ \boldsymbol{\omega}_{it+1} & (n_1 \times 1) \end{bmatrix} \quad (4)$$

⁵ La extremización se refiere a minimizar el criterio para la función con respecto a la variable de control y al mismo tiempo maximizar con respecto a $\boldsymbol{\omega}_{k+1}$, la cual es una función del régimen del siguiente periodo.

⁶ Algunas de las matrices auxiliares se definen en el Apéndice A .

donde ω_{it+1} ($n_1 \times 1$) es un vector ($n_1 \times 1$) de distorsiones de modelo para el periodo t que dependen del régimen del siguiente periodo. Además, las nuevas matrices en la función objetivo y en el sistema de ecuaciones están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$\tilde{Q}_{it} = Q_{11} + Q_{12}D_{it} + D_{it}'Q_{21} + D_{it}'Q_{22}D_{it} \quad (5)$$

$$\tilde{R}_{it} = R_{it} + G_{it}'Q_{22}G_{it} + G_{it}'U_2 + U_1'G_{it} \quad (6)$$

$$\tilde{U}_{it} = Q_{12}G_{it} + D_{it}'Q_{22}G_{it} + U_1 + D_{it}'U_2 \quad (7)$$

$$\tilde{A}_{jt} = A_{11} + A_{12}D_{jt} \quad (8)$$

$$\tilde{B}_{jt} = B_1 + A_{12}G_{jt} \quad (9)$$

Los regímenes se definen como se muestra a continuación:

$$r_{t+1} = \begin{cases} 1 & \text{si los choques cost-push son relativamente más persistentes} \\ 2 & \text{si los choques cost-push son relativamente menos persistentes} \end{cases}$$

Se asume que el régimen r_{t+1} sigue un proceso de Markov de primer orden con la matriz de transición que se muestra a continuación:

$$P = \begin{bmatrix} 1-p & p \\ q & 1-q \end{bmatrix} \quad (10)$$

donde $p = \Pr\{r_{t+1} = 2 \mid r_t = 1\}$ y $q = \Pr\{r_{t+1} = 1 \mid r_t = 2\} \forall t=1,2,3\dots$

Así, p es la probabilidad de que la economía alterne de un proceso cost-push relativamente más persistente a otro relativamente menos persistente, y q representa exactamente la probabilidad contraria a la situación descrita. Estas probabilidades representan la incertidumbre sobre el tipo de régimen del próximo periodo. Asumimos que el régimen r_{t+1} de la economía es revelado únicamente al final del periodo t, después de la decisión de política. Es decir, cuando el hacedor de política escoge la regla de política, r_t es conocida pero r_{t+1} sigue siendo incierta.

3. Solución Óptima con cambios de régimen no estructurados

Resolver el problema de control óptimo con cambios de régimen no estructurados es equivalente a encontrar una regla de política contingente \mathbf{u}_{it}^* . Adaptando la solución para el caso discreto de Giordani y Söderlind (2004) al problema que combina transición de regímenes de Markov dado por las ecuaciones (2)-(4) y (10), obtenemos la siguiente solución:

$$\mathbf{u}_{it}^* = -\tilde{\mathbf{F}}_{it} \mathbf{x}_{1t} \quad (11)$$

donde

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{F}}_{1t} = \mathbf{inv}(\tilde{\mathbf{R}}_{1t} + \beta \tilde{\mathbf{B}}_{1t}' (1-p) \tilde{\mathbf{V}}_{1t} \tilde{\mathbf{B}}_{1t} + \beta \tilde{\mathbf{B}}_{2t}' p \tilde{\mathbf{V}}_{2t} \tilde{\mathbf{B}}_{2t}) \\ * (\tilde{\mathbf{U}}_{1t}' + \beta (\tilde{\mathbf{B}}_{1t}' (1-p) \tilde{\mathbf{V}}_{1t} \tilde{\mathbf{A}}_{1t} + p \tilde{\mathbf{B}}_{2t}' \tilde{\mathbf{V}}_{2t} \tilde{\mathbf{A}}_{2t})) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{F}}_{2t} = \mathbf{inv}(\tilde{\mathbf{R}}_{2t} + \beta \tilde{\mathbf{B}}_{1t}' q \tilde{\mathbf{V}}_{1t} \tilde{\mathbf{B}}_{1t} + \beta \tilde{\mathbf{B}}_{2t}' (1-q) \tilde{\mathbf{V}}_{2t} \tilde{\mathbf{B}}_{2t}) \\ * (\tilde{\mathbf{U}}_{2t}' + \beta (\tilde{\mathbf{B}}_{1t}' q \tilde{\mathbf{V}}_{1t} \tilde{\mathbf{A}}_{1t} + (1-q) \tilde{\mathbf{B}}_{2t}' \tilde{\mathbf{V}}_{2t} \tilde{\mathbf{A}}_{2t})) \end{aligned} \quad (13)$$

Combinando las ecuaciones (11)-(13) con la ecuación (3), obtenemos

$$\mathbf{x}_{2t} = \mathbf{K}_{it} \mathbf{x}_{1t}, \text{ con } \mathbf{K}_{it} = \mathbf{D}_{it} - \mathbf{G}_{it} \tilde{\mathbf{F}}_{it} \quad (14)$$

Por lo tanto, las funciones valor para los regímenes 1 y 2 están dadas por las ecuaciones (15) y (16), respectivamente:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}}_{1t} = \tilde{\mathbf{Q}}_{1t} - \tilde{\mathbf{U}}_{1t}' \tilde{\mathbf{F}}_{1t} - \tilde{\mathbf{F}}_{1t}' \tilde{\mathbf{U}}_{1t}' + \tilde{\mathbf{F}}_{1t}' \tilde{\mathbf{R}}_{1t} \tilde{\mathbf{F}}_{1t} \\ + \beta ((\tilde{\mathbf{A}}_{1t} - \tilde{\mathbf{B}}_{1t} \tilde{\mathbf{F}}_{1t})' (1-p) \tilde{\mathbf{V}}_{1t} (\tilde{\mathbf{A}}_{1t} - \tilde{\mathbf{B}}_{1t} \tilde{\mathbf{F}}_{1t}) + p (\tilde{\mathbf{A}}_{2t} - \tilde{\mathbf{B}}_{2t} \tilde{\mathbf{F}}_{2t})' \tilde{\mathbf{V}}_{2t} (\tilde{\mathbf{A}}_{2t} - \tilde{\mathbf{B}}_{2t} \tilde{\mathbf{F}}_{2t})) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}}_{2t} = \tilde{\mathbf{Q}}_{2t} - \tilde{\mathbf{U}}_{2t}' \tilde{\mathbf{F}}_{2t} - \tilde{\mathbf{F}}_{2t}' \tilde{\mathbf{U}}_{2t}' + \tilde{\mathbf{F}}_{2t}' \tilde{\mathbf{R}}_{2t} \tilde{\mathbf{F}}_{2t} \\ + \beta ((\tilde{\mathbf{A}}_{1t} - \tilde{\mathbf{B}}_{1t} \tilde{\mathbf{F}}_{1t})' q \tilde{\mathbf{V}}_{1t} (\tilde{\mathbf{A}}_{1t} - \tilde{\mathbf{B}}_{1t} \tilde{\mathbf{F}}_{1t}) + (1-q) (\tilde{\mathbf{A}}_{2t} - \tilde{\mathbf{B}}_{2t} \tilde{\mathbf{F}}_{2t})' \tilde{\mathbf{V}}_{2t} (\tilde{\mathbf{A}}_{2t} - \tilde{\mathbf{B}}_{2t} \tilde{\mathbf{F}}_{2t})) \end{aligned} \quad (16)$$

La solución al algoritmo de las ecuaciones (11)-(16) se muestra en el Apéndice A. Dicha solución incorpora el resultado estándar cuando fijamos $p = q = 0$. Para este caso especial, obtendríamos la solución a dos problemas de control óptimo, el primero de ellos que corresponde al

régimen 1 y el segundo que corresponde al régimen 2 bajo el supuesto de que cada uno de los regímenes será permanente.

4. Modelo de una economía abierta con cambios de régimen no estructurados

Usamos el modelo de una economía abierta para el caso de México de Roldán-Peña (2005). Este modelo toma en cuenta la propiedad de homogeneidad dinámica así como algunas restricciones en los parámetros que reflejan algunos supuestos acerca de los valores de largo plazo para la tasa de interés real y el tipo de cambio real.⁷ Las variables endógenas son la brecha del producto (x_t), la inflación subyacente (π_t^c), y el tipo de cambio real ($tc r_t$). La inflación general y la variación en el tipo de cambio nominal se denotan por π_t y $\Delta tc n_t$, respectivamente. Las ecuaciones para las variables endógenas, la inflación general y la paridad del poder de compra se muestran a continuación. El superíndice “US” en las variables denota su valor para Los Estados Unidos el cual se considera exógeno.

$$x_t = b_0 + b_1 x_{t-1} + b_2 E_t \{x_{t+1}\} + b_3 r_{t-1} + b_4 x_{t-1}^{US} + b_6 \Delta gto_{t-2} + u_t \quad (17)$$

$$\pi_t^c = a_1 E_t \{\pi_{t+1}^c\} + a_2 x_t + a_3 (\Delta tc n_{t-2} + \pi_{t-2}^{US}) + a_4 \Delta sal_{t-1} + g_t \quad (18)$$

$$tc r_t = c_0 tc r_{t-1} + c_1 tc r_{t-4} + c_2 \left(E_t \{tc r_{t+1}\} + \left(\frac{1}{1200} \right) (r_t^{US} - r_t) \right) + v_t \quad (19)$$

$$\pi_t = w_c \pi_t^c + w_{nc} \pi_t^{nc} \quad (20)$$

$$\Delta tc n_t + \pi_t^{US} = \Delta tc r_t + \pi_t \quad (21)$$

⁷ Para muestras y métodos de estimación ver Roldán-Peña (2005).

donde g_t, u_t y v_t representan los términos de error para la inflación subyacente, la brecha del producto y el tipo de cambio real, respectivamente.⁸ Dichos términos son definidos como procesos autorregresivos AR(1) como se muestra a continuación:

$$g_t = \rho_g g_{t-1} + \hat{g}_t \quad (22)$$

$$u_t = \rho_u u_{t-1} + \hat{u}_t \quad (23)$$

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \hat{v}_t \quad (24)$$

Las variables exógenas son la inflación no subyacente (π_t^{nc}), los cambios en los salarios (Δsal_t) y el cambio en el gasto gubernamental (Δgto_t), dadas por las siguientes ecuaciones:

$$\pi_t^{nc} = d_0 + d_1 \pi_{t-1}^{nc} + w_t \quad (25)$$

$$\Delta sal_t = e_0 + e_1 \Delta sal_{t-1} + \chi_t \quad (26)$$

$$\Delta gto_t = f_0 + f_1 \Delta gto_{t-1} + y_t \quad (27)$$

donde w_t, χ_t y y_t representan el término de error para la inflación no subyacente, cambios en los salarios y cambios en el gasto gubernamental, respectivamente. Se asume que siguen un proceso autorregresivo AR(1) como se muestra a continuación:

$$w_t = \rho_w w_{t-1} + \hat{w}_t \quad (28)$$

$$\chi_t = \rho_\chi \chi_{t-1} + \hat{\chi}_t \quad (29)$$

$$y_t = \rho_y y_{t-1} + \hat{y}_t \quad (30)$$

⁸ La distorsión ω_{t+1} afecta g_t de tal forma que se vuelve relativamente más persistente. Sin embargo, debido a que la distorsión es de naturaleza Knightiana, ella no afecta el parámetro autorregresivo del proceso cost-push.

Las variables exógenas externas de los Estados Unidos (inflación, brecha del producto y la tasa de interés, definidas como π_t^{US} , x_t^{US} y i_t^{US} respectivamente) son definidas como un vector autorregresivo VAR(2):

$$\pi_t^{US} = \alpha_0 + \alpha_1 \pi_{t-1}^{US} + \alpha_2 \pi_{t-2}^{US} + \alpha_3 x_{t-1}^{US} + \alpha_4 x_{t-2}^{US} + \alpha_5 i_{t-1}^{US} + \alpha_6 \pi_{t-2}^{US} + \delta_t \quad (31)$$

$$x_t^{US} = \beta_0 + \beta_1 \pi_{t-1}^{US} + \beta_2 \pi_{t-2}^{US} + \beta_3 x_{t-1}^{US} + \beta_4 x_{t-2}^{US} + \beta_5 i_{t-1}^{US} + \beta_6 \pi_{t-2}^{US} + \varepsilon_t \quad (32)$$

$$i_t^{US} = \gamma_0 + \gamma_1 \pi_{t-1}^{US} + \gamma_2 \pi_{t-2}^{US} + \gamma_3 x_{t-1}^{US} + \gamma_4 x_{t-2}^{US} + \gamma_5 i_{t-1}^{US} + \gamma_6 \pi_{t-2}^{US} + \eta_t \quad (33)$$

donde δ_t , ε_t y η_t representan el término error de los Estados Unidos para la inflación, la brecha del producto y la tasa de interés, respectivamente, y se definen como un proceso autorregresivo AR(1) como se muestra a continuación:

$$\delta_t = \rho_\delta \delta_{t-1} + \hat{\delta}_t \quad (34)$$

$$\varepsilon_t = \rho_\varepsilon \varepsilon_{t-1} + \hat{\varepsilon}_t \quad (35)$$

$$\eta_t = \rho_\eta \eta_{t-1} + \hat{\eta}_t \quad (36)$$

La representación del espacio de estados del modelo es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1t+1} \\ E_t \{ \mathbf{x}_{2t+1} \} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1t} \\ \mathbf{x}_{2t} \end{bmatrix} + \mathbf{B} \mathbf{u}_{1t}^* + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (37)$$

donde el vector de variables de estado predeterminadas \mathbf{x}_{1t} está dado por:⁹

$$\mathbf{x}_{1t} = \begin{bmatrix} cte, \pi_t^*, \pi_t^{nc}, \Delta sal_t, \Delta gto_t, \pi_{t-1}^c, \pi_{t-1}^{nc}, x_{t-1}, tcr_{t-1}, \Delta sal_{t-1}, \Delta gto_{t-1}, \pi_{t-2}^c, \pi_{t-2}^{nc}, \\ tcr_{t-2}, \Delta sal_{t-2}, \Delta gto_{t-2}, \pi_{t-3}^c, \pi_{t-3}^{nc}, tcr_{t-3}, tcr_{t-4}, \pi_t^{US}, x_t^{US}, i_t^{US}, \pi_{t-1}^{US}, x_{t-1}^{US}, i_{t-1}^{US}, \mathbf{g}_t, w_t, \\ u_t, v_t, \chi_t, y_t, \delta_t, \varepsilon_t, \eta_t, \mathbf{g}_{t-1}, w_{t-1}, i_{t-1} \end{bmatrix} \quad (38)$$

y el vector de variables de estado no predeterminadas \mathbf{x}_{2t} está dado por:

⁹ El vocablo *cte* denota un término constante.

$$\mathbf{x}_{2t} = [\pi_t^c, x_t, tcr_t] \quad (39)$$

El vector para las variables de control \mathbf{u}_{it} se muestra a continuación:

$$\mathbf{u}_{it}^* = \begin{bmatrix} i_{it} \\ \boldsymbol{\omega}_{it+1} \quad (n_1 \times 1) \end{bmatrix} \quad (40)$$

5. Selección del Parámetro “Libre” de Control Robusto

El modelo de control robusto usado en este documento de investigación requiere del valor del parámetro “libre”, θ , el cual proviene de fuera del modelo. El objetivo principal es encontrar valores razonables para el parámetro “libre” que eviten que el hacedor de política aparezca como catastrofista en lugar de cauteloso. Seguimos a Hansen y Sargent (2003) y usamos la teoría probabilística de error de detección para elegir valores razonables de θ . En particular, el objetivo es encontrar valores de θ para los cuales es estadísticamente difícil distinguir entre el modelo de referencia y el modelo distorsionado. De esta forma, los casos extremadamente pesimistas son descartados.

El procedimiento consiste en obtener dos tipos de probabilidades: i) la probabilidad de optar por un modelo de referencia cuando los datos son generados por el modelo distorsionado y ii) la probabilidad de optar por un modelo distorsionado cuando los datos fueron generados por el modelo de referencia. El promedio resultante de estas dos probabilidades es la probabilidad de cometer un error en la detección del verdadero modelo – i.e. la probabilidad de error de detección. Nótese que si no existe robustez ($\theta \rightarrow \infty$) el modelo de referencia y el modelo distorsionado son el mismo y la probabilidad de error de detección es 0.5. Por otra parte, cuando el nivel de robustez es infinito, la probabilidad de error de detección es cero. Hansen y Sargent (2003) sugieren utilizar un valor para θ asociado con probabilidades de error de detección entre 0.1 y 0.2, las cuales corresponden a intervalos de confianza de 95% y 90%, respectivamente.

Utilizamos el código de Giordani y Söderlind (2004) para obtener la probabilidad de error de detección. El procedimiento se muestra a detalle en el Apéndice B. Resolvemos el problema para un horizonte de tiempo de 150 meses ($T=150$) y 1,000 simulaciones. Cada simulación representa una extracción aleatoria de ruido aditivo. Decidimos usar $\theta = 325$, que a su vez genera una probabilidad de error de detección igual a 0.2 cuando $\alpha = 0.5$, por dos razones: i) corresponde a un intervalo de confianza de 90% y ii) produce diferencias importantes entre las reglas de política del modelo de referencia y del distorsionado. Encontramos que en nuestro modelo una probabilidad de error de detección mayor a 0.2 no produce diferencias importantes entre las reglas de política.

Con el objetivo de observar la persistencia que implica $\theta = 325$, obtenemos las funciones de impulso-respuesta para la brecha del producto, la inflación subyacente y la tasa de interés nominal ante una desviación estándar de la innovación en el proceso cost-push. La Figura 2 muestra las funciones de impulso-respuesta para los regímenes 1 y 2, asumiendo la ausencia de un proceso de Markov entre los regímenes.¹⁰ En el régimen 1, las funciones de impulso-respuesta de la tasa de interés nominal, la inflación subyacente y la brecha del producto revelan un proceso cost-push relativamente más persistente que en el régimen 2.

¹⁰ Únicamente con el propósito de ilustrar las diferencias entre los regímenes 1 y 2, el estado inicial de las variables de estado se fijó en cero.

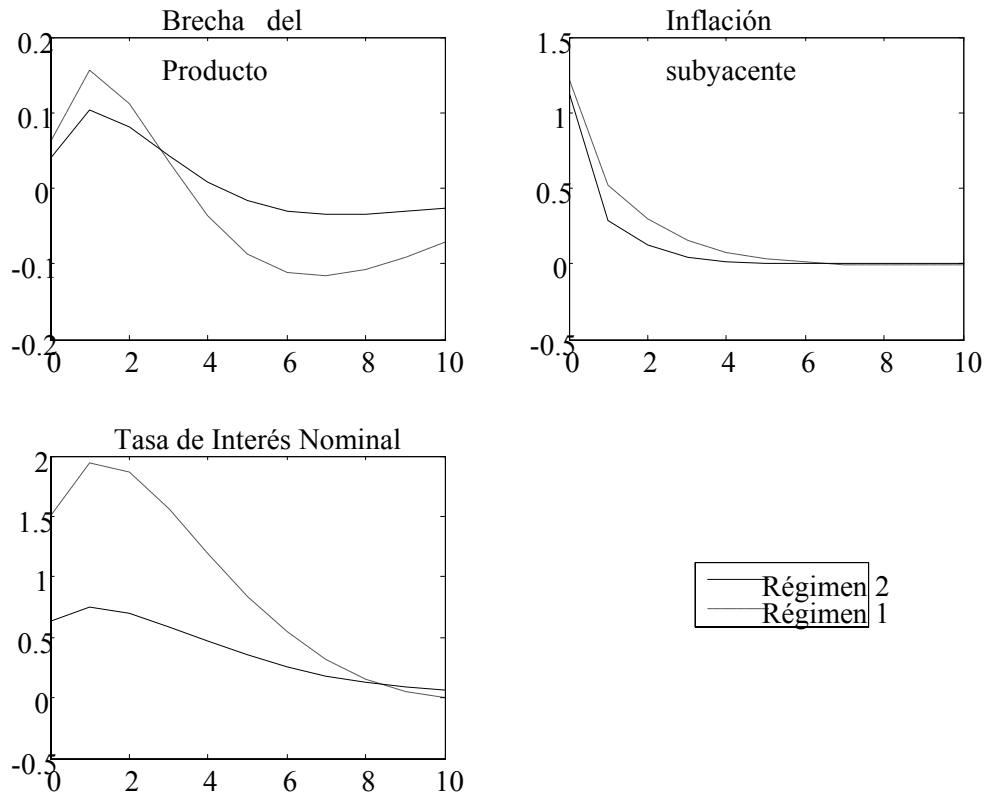


Figura 2. Funciones de impulso-respuesta ante una desviación estándar de la innovación Cost-Push

6. Pérdidas de cautela vs. pérdidas de descuido

El análisis de bienestar hecho en este documento de investigación está condicionado a estar en el régimen 2 y considera la posibilidad de transitar al régimen 1. El enfoque que se utilizó en este trabajo para tratar la incertidumbre Knightiana que enfrenta el hacedor de política monetaria sigue a Zampolli (2006). Primero, asumimos que el hacedor de política no conoce la verdadera probabilidad de transición q , pero escoge la probabilidad de transición \hat{q} . Segundo, fijamos la probabilidad de transición p o, equivalentemente, la duración esperada del régimen 1, que es $\frac{1}{p}$ periodos.

Finalmente, obtenemos las pérdidas asociadas a todos los pares (\hat{q}, q) . Las pérdidas son

normalizadas con respecto a $(\hat{q}, q) = (0,0)$ y son condicionadas a estar en el régimen 2. Para cualquier q , las pérdidas mínimas ocurren cuando $\hat{q} = q$.

Para poder evaluar y caracterizar la regla óptima de política, definimos las pérdidas de descuido y las de cautela. Las pérdidas de descuido se define como aquellas que ocurren cada vez que la autoridad monetaria subestima la probabilidad de transitar al régimen 1, esto es cuando $\hat{q} < q$. Por otra parte, definimos las pérdidas de cautela como aquellas que ocurren cada vez que la autoridad monetaria sobreestima la probabilidad de transitar al régimen 1, esto es cuando $\hat{q} > q$. Finalmente, las pérdidas de descuido y de cautela totales son definidas como la suma de las pérdidas para los casos $\hat{q} < q$ y $\hat{q} > q$, respectivamente. La siguiente tabla muestra las pérdidas de descuido y las de cautela.

Tabla 1. Pérdidas de Descuido y Cautela.

		PÉRDIDAS		
		$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.9$
CAUTELA	p = 0.25	55.01	55.08	55.44
	p = 0.5	55.01	55.08	55.72
	p = 0.75	55.01	55.09	56.23
DESCUIDO	p = 0.25	55.27	56.83	65.00
	p = 0.5	55.27	56.85	69.29
	p = 0.75	55.27	56.87	82.65

La Tabla 1 muestra que las pérdidas de descuido son siempre mayores que las pérdidas de cautela. Este resultado argumenta a favor de la cautela sobre el descuido en la formulación de política monetaria cuando es posible transitar a un régimen con relativamente mayor persistencia en los choques cost-push. Además, los dos tipos de pérdidas son no decrecientes en p y α . Debido a que las pérdidas son condicionadas a estar en el régimen 2, valores más altos de p producen cambios más frecuentes del régimen 1 al régimen 2. Finalmente, la diferencia entre las pérdidas de descuido y de cautela aumentan con α .

La Figura 3 muestra las pérdidas para todo par (\hat{q}, q) para diferentes parámetros de preferencias y valores de p .¹¹ Las probabilidades de transición elegidas por el hacedor de política se señalan en el eje y, las probabilidades verdaderas de transición se indican en el eje x. En primer lugar, puede observarse que todas las pérdidas aumentan sustancialmente cuando $q = 1.0$ sin importar el valor de \hat{q} . Esto se debe a que el régimen 2, para todos los valores $q < 1.0$, prevalece fuertemente en la matriz ponderada \mathbf{R}_{2t} dada por la ecuación (A-24).

¹¹ Decidimos usar un valor intermedio del rango usado por Favero y Milani (2005) para el parámetro que suaviza los movimientos en la tasa de interés. Otros valores para este parámetro no cambian los resultados cualitativos.

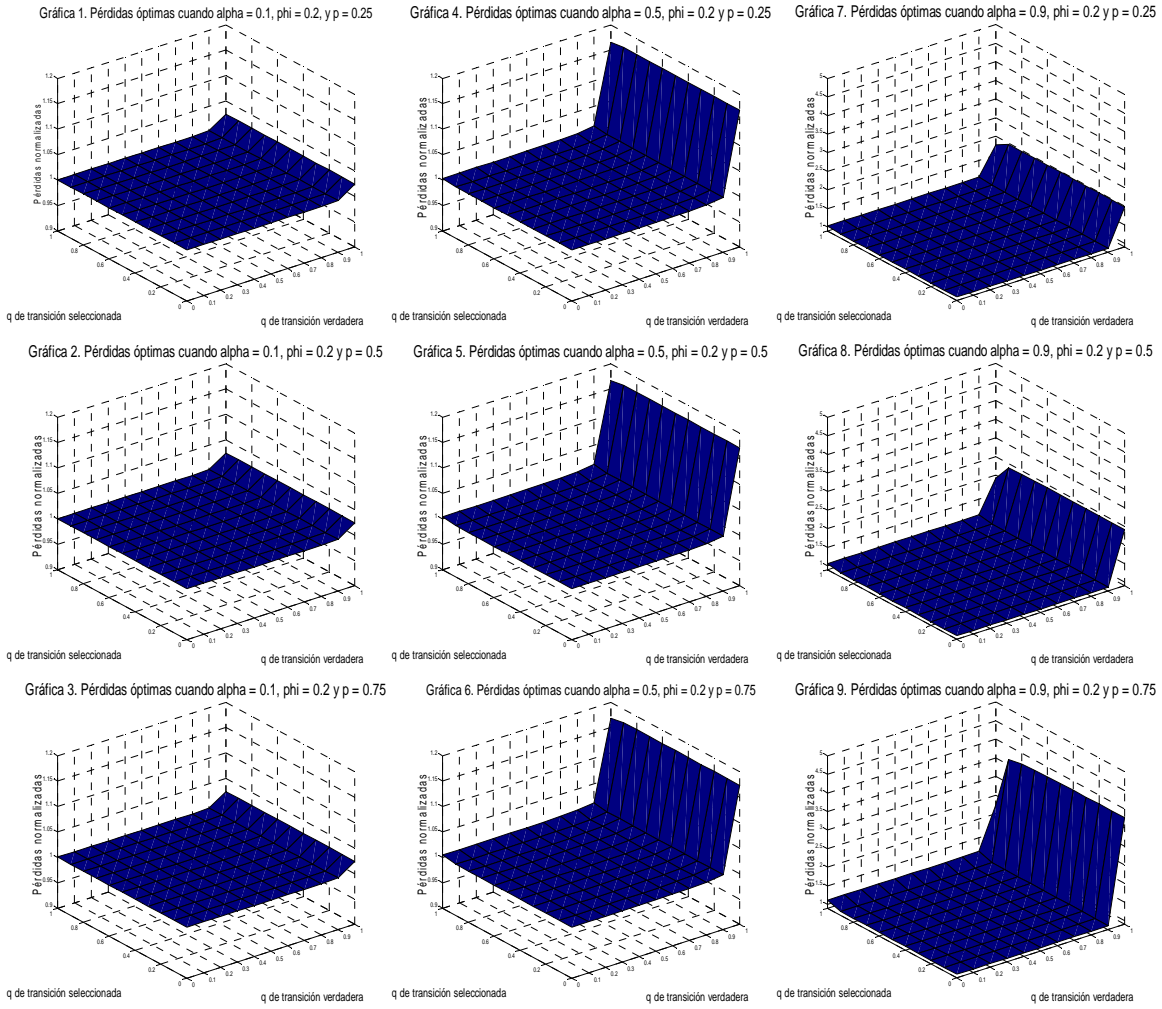


Figura 3. Pérdidas asociadas con todos los pares (\hat{q}, q) condicionadas a estar en el régimen 2

En segundo lugar, una comparación horizontal de las gráficas muestra que las pérdidas aumentan con el parámetro de preferencias α .¹² En un principio, este resultado parece contraintuitivo. Sin embargo, la probabilidad de error de detección obtenida para $\theta = 325$ decrece con α . En otras palabras, el agente “maligno” es capaz de hacer más daño cuando el hacedor de política aumenta la penalidad asignada a la única variable sujeta a las distorsiones.¹³ Además, las

¹² Cabe mencionar que la escala para las gráficas 7-9 es diferente del resto.

¹³ En efecto, para el valor $\alpha = 1.0$ y algunas combinaciones de (\hat{q}, q, p) , el sistema deja de ser controlable.

gráficas muestran como las pérdidas de descuido aumentan de manera sustancial cuando la probabilidad verdadera de transición es $q = 1.0$. Por otra parte, las pérdidas de cautela no aumentan de manera sustancial cuando la probabilidad verdadera de transición es $q = 0.0$.

7. Conclusiones

En este documento de investigación desarrollamos un marco para obtener la respuesta óptima de política monetaria en la presencia de choques cost-push con incertidumbre en cuanto a su persistencia. Permitimos que la economía alterne aleatoriamente entre dos regímenes, los cuales difieren únicamente en el grado de la persistencia de los choques cost-push. Modelamos la posibilidad de cambios inesperados en la persistencia de los choques por medio de la introducción de control robusto en sólo uno de los regímenes del proceso de Markov. La combinación de control robusto y la posibilidad de cambiar de régimen es aplicada a un modelo de economía abierta para la economía mexicana. Obtenemos las pérdidas de bienestar condicionadas a estar en el régimen con relativamente menor persistencia en los choques. Con respecto a la evaluación de la regla de política monetaria, comparamos las pérdidas de descuido y de cautela. Las primeras ocurren cada vez que la autoridad monetaria subestima la probabilidad de transitar al régimen con relativamente mayor persistencia en los choques. Las últimas ocurren cada vez que la autoridad monetaria sobrestima la probabilidad de transitar al régimen con relativamente mayor persistencia en los choques.

Según el conocimiento de los autores, no existen estudios previos que combinen transición de Markov y control robusto. Condicionado a estar en el régimen con relativamente menor persistencia, encontramos dos resultados importantes: 1) subestimar la probabilidad de transitar al régimen con relativamente mayor persistencia en los choques causa una mayor pérdida de bienestar que su sobreestimación; y 2) las pérdidas asociadas con la subestimación y la sobreestimación de dicha probabilidad aumenta con la penalidad que se asigne a las desviaciones de la inflación con

respecto a su meta. Estos resultados argumentan a favor de la cautela sobre el descuido cuando es posible transitar a un régimen con relativamente mayor persistencia en los choques cost-push.

Apéndice A

En este apéndice mostramos la solución al algoritmo para la política óptima bajo discreción con transición de regímenes de Markov.

$$n = n_1 + n_2 \text{ donde } n_1 \text{ y } n_2 \text{ representan el número de variables predeterminadas y no} \quad (\text{A-1})$$

predeterminadas, respectivamente

$$con = 32,500 \text{ con es el valor que toma } \theta \text{ en el régimen 2} \quad (\text{A-2})$$

$$\theta = 325 \quad (\text{A-3})$$

$$\beta = 0.99585 \quad (\text{A-4})$$

$$\mathbf{A}_{11} = \mathbf{A}(\mathbf{1} : n_1, \mathbf{1} : n_1) \quad (\text{A-5})$$

$$\mathbf{A}_{12} = \mathbf{A}(\mathbf{1} : n_1, (n_1 + \mathbf{1}) : n) \quad (\text{A-6})$$

$$\mathbf{A}_{21} = \mathbf{A}((n_1 + \mathbf{1}) : n, \mathbf{1} : n_1) \quad (\text{A-7})$$

$$\mathbf{A}_{22} = \mathbf{A}((n_1 + \mathbf{1}) : n, (n_1 + \mathbf{1}) : n) \quad (\text{A-8})$$

$$\mathbf{Q}_{11} = \mathbf{Q}(\mathbf{1} : n_1, \mathbf{1} : n_1) \quad (\text{A-9})$$

$$\mathbf{Q}_{12} = \mathbf{Q}(\mathbf{1} : n_1, (n_1 + \mathbf{1}) : n) \quad (\text{A-10})$$

$$\mathbf{Q}_{21} = \mathbf{Q}((n_1 + \mathbf{1}) : n, \mathbf{1} : n_1) \quad (\text{A-11})$$

$$\mathbf{Q}_{22} = \mathbf{Q}((n_1 + \mathbf{1}) : n, (n_1 + \mathbf{1}) : n) \quad (\text{A-12})$$

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}(\mathbf{1} : n_1, :) \quad (\text{A-13})$$

$$\mathbf{B}_1^* = [\mathbf{B}_1 \mathbf{C}_1] \quad (\text{A-14})$$

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{B}(n_1 + \mathbf{1} : n, :) \quad (\text{A-15})$$

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{U}(\mathbf{1} : n_1, :) \quad (\text{A-16})$$

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}(n_1 + \mathbf{1} : n, :) \quad (\text{A-17})$$

La ecuación de Bellman puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\mathbf{x}'_{1t} \mathbf{V}_{it} \mathbf{x}_{1t} + d_{it} = \min_{\mathbf{u}_{it}^*} \max \left[\mathbf{x}'_{1t} \tilde{\mathbf{Q}}_{it} \mathbf{x}_{1t} + 2\mathbf{x}'_{1t} \tilde{\mathbf{U}}_{it} \mathbf{u}_{it}^* + \mathbf{u}_{it}^{*'} \tilde{\mathbf{R}}_{it} \mathbf{u}_{it}^* + \beta \mathbf{E}_t (\mathbf{x}'_{1t+1} \mathbf{V}_{it+1} \mathbf{x}_{1t+1} + d_{it+1}) \right]$$

$$s.t. \mathbf{x}_{1t+1} = \tilde{\mathbf{A}}_{jt} \mathbf{x}_{1t} + \tilde{\mathbf{B}}_{jt} \mathbf{u}_{it}^* + \mathbf{C}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}, \quad \mathbf{x}_{1t} \text{ dado, } i = 1,2 \text{ y } j = 1,2. \quad (\text{A-18})$$

donde la matriz con tilde (\sim) se define como

$$\mathbf{D}_{1t} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{K}_{1t} \mathbf{A}_{12})^{-1} (\mathbf{K}_{1t} \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{21}) \quad (\text{A-19})$$

$$\mathbf{G}_{1t} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{K}_{1t} \mathbf{A}_{12})^{-1} (\mathbf{K}_{1t} \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) \quad (\text{A-20})$$

$$\mathbf{R}_{1t} = (1-p) \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{k \times k} & \mathbf{0}_{k \times n_1} \\ \mathbf{0}_{n_1 \times k} & -\theta \mathbf{I}_{n_1} \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{k \times k} & \mathbf{0}_{k \times n_1} \\ \mathbf{0}_{n_1 \times k} & -\text{con } \mathbf{I}_{n_1} \end{bmatrix} \quad (\text{A-21})$$

$$\mathbf{D}_{2t} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{K}_{2t} \mathbf{A}_{12})^{-1} (\mathbf{K}_{2t} \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{21}) \quad (\text{A-22})$$

$$\mathbf{G}_{2t} = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{K}_{2t} \mathbf{A}_{12})^{-1} (\mathbf{K}_{2t} \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) \quad (\text{A-23})$$

$$\mathbf{R}_{2t} = q \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{k \times k} & \mathbf{0}_{k \times n_1} \\ \mathbf{0}_{n_1 \times k} & -\theta \mathbf{I}_{n_1} \end{bmatrix} + (1-q) \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{k \times k} & \mathbf{0}_{k \times n_1} \\ \mathbf{0}_{n_1 \times k} & -\text{con } \mathbf{I}_{n_1} \end{bmatrix} \quad (\text{A-24})$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{1t} = \mathbf{A}_{11} + \mathbf{A}_{12} \mathbf{D}_{1t} \quad (\text{A-25})$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_{1t} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{A}_{12} \mathbf{G}_{1t} \quad (\text{A-26})$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{1t} = \mathbf{Q}_{11} + \mathbf{Q}_{12} \mathbf{D}_{1t} + \mathbf{D}_{1t}' \mathbf{Q}_{21} + \mathbf{D}_{1t}' \mathbf{Q}_{22} \mathbf{D}_{1t} \quad (\text{A-27})$$

$$\tilde{\mathbf{U}}_{1t} = \mathbf{Q}_{12} \mathbf{G}_{1t} + \mathbf{D}_{1t}' \mathbf{Q}_{22} \mathbf{G}_{1t} + \mathbf{U}_1 + \mathbf{D}_{1t}' \mathbf{U}_2 \quad (\text{A-28})$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{1t} = \mathbf{R}_{1t} + \mathbf{G}_{1t}' \mathbf{Q}_{22} \mathbf{G}_{1t} + \mathbf{G}_{1t}' \mathbf{U}_2 + \mathbf{U}_1' \mathbf{G}_{1t} \quad (\text{A-29})$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{2t} = \mathbf{A}_{11} + \mathbf{A}_{12} \mathbf{D}_{2t} \quad (\text{A-30})$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_{2t} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{A}_{12} \mathbf{G}_{2t} \quad (\text{A-31})$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{2t} = \mathbf{Q}_{11} + \mathbf{Q}_{12} \mathbf{D}_{2t} + \mathbf{D}_{2t}' \mathbf{Q}_{21} + \mathbf{D}_{2t}' \mathbf{Q}_{22} \mathbf{D}_{2t} \quad (\text{A-32})$$

$$\tilde{\mathbf{U}}_{2t} = \mathbf{Q}_{12} \mathbf{G}_{2t} + \mathbf{D}_{2t}' \mathbf{Q}_{22} \mathbf{G}_{2t} + \mathbf{U}_1 + \mathbf{D}_{2t}' \mathbf{U}_2 \quad (\text{A-33})$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{2t} = \mathbf{R}_{2t} + \mathbf{G}_{2t}' \mathbf{Q}_{22} \mathbf{G}_{2t} + \mathbf{G}_{2t}' \mathbf{U}_2 + \mathbf{U}_1' \mathbf{G}_{2t} \quad (\text{A-34})$$

Las condiciones de primer orden para (A-18) con respecto a \mathbf{u}_{it}^* son

$$\mathbf{u}_{it}^* = -\tilde{\mathbf{F}}_{it}' \mathbf{x}_{1t} \quad (\text{A-35})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{F}}_{1t} &= \text{inv}(\tilde{\mathbf{R}}_{1t} + \beta \tilde{\mathbf{B}}_{1t}'(1-p)\tilde{\mathbf{V}}_{1t}\tilde{\mathbf{B}}_{1t} + \beta \tilde{\mathbf{B}}_{2t}'p\tilde{\mathbf{V}}_{2t}\tilde{\mathbf{B}}_{2t}) \\ &* (\tilde{\mathbf{U}}_{1t}' + \beta(\tilde{\mathbf{B}}_{1t}'(1-p)\tilde{\mathbf{V}}_{1t}\tilde{\mathbf{A}}_{1t} + p\tilde{\mathbf{B}}_{2t}'\tilde{\mathbf{V}}_{2t}\tilde{\mathbf{A}}_{2t})) \end{aligned} \quad (\text{A-36})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{F}}_{2t} &= \text{inv}(\tilde{\mathbf{R}}_{2t} + \beta \tilde{\mathbf{B}}_{1t}'q\tilde{\mathbf{V}}_{1t}\tilde{\mathbf{B}}_{1t} + \beta \tilde{\mathbf{B}}_{2t}'(1-q)\tilde{\mathbf{V}}_{2t}\tilde{\mathbf{B}}_{2t}) \\ &* (\tilde{\mathbf{U}}_{2t}' + \beta(\tilde{\mathbf{B}}_{1t}'q\tilde{\mathbf{V}}_{1t}\tilde{\mathbf{A}}_{1t} + (1-q)\tilde{\mathbf{B}}_{2t}'\tilde{\mathbf{V}}_{2t}\tilde{\mathbf{A}}_{2t})) \end{aligned} \quad (\text{A-37})$$

Combinando con (A-18) obtenemos

$$\mathbf{x}_{2t} = \mathbf{K}_{it}\mathbf{x}_{1t}, \text{ con } \mathbf{K}_{it} = \mathbf{D}_{it} - \mathbf{G}_{it}\tilde{\mathbf{F}}_{it} \text{ y} \quad (\text{A-38})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}}_{1t} &= \tilde{\mathbf{Q}}_{1t} - \tilde{\mathbf{U}}_{1t}\tilde{\mathbf{F}}_{1t} - \tilde{\mathbf{F}}_{1t}'\tilde{\mathbf{U}}_{1t}' + \tilde{\mathbf{F}}_{1t}'\tilde{\mathbf{R}}_{1t}\tilde{\mathbf{F}}_{1t} \\ &+ \beta((\tilde{\mathbf{A}}_{1t} - \tilde{\mathbf{B}}_{1t}\tilde{\mathbf{F}}_{1t})'(1-p)\tilde{\mathbf{V}}_{1t}(\tilde{\mathbf{A}}_{1t} - \tilde{\mathbf{B}}_{1t}\tilde{\mathbf{F}}_{1t}) + p(\tilde{\mathbf{A}}_{2t} - \tilde{\mathbf{B}}_{2t}\tilde{\mathbf{F}}_{2t})'\tilde{\mathbf{V}}_{2t}(\tilde{\mathbf{A}}_{2t} - \tilde{\mathbf{B}}_{2t}\tilde{\mathbf{F}}_{2t})) \end{aligned} \quad (\text{A-39})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}}_{2t} &= \tilde{\mathbf{Q}}_{2t} - \tilde{\mathbf{U}}_{2t}\tilde{\mathbf{F}}_{2t} - \tilde{\mathbf{F}}_{2t}'\tilde{\mathbf{U}}_{2t}' + \tilde{\mathbf{F}}_{2t}'\tilde{\mathbf{R}}_{2t}\tilde{\mathbf{F}}_{2t} \\ &+ \beta((\tilde{\mathbf{A}}_{1t} - \tilde{\mathbf{B}}_{1t}\tilde{\mathbf{F}}_{1t})'q\tilde{\mathbf{V}}_{1t}(\tilde{\mathbf{A}}_{1t} - \tilde{\mathbf{B}}_{1t}\tilde{\mathbf{F}}_{1t}) + (1-q)(\tilde{\mathbf{A}}_{2t} - \tilde{\mathbf{B}}_{2t}\tilde{\mathbf{F}}_{2t})'\tilde{\mathbf{V}}_{2t}(\tilde{\mathbf{A}}_{2t} - \tilde{\mathbf{B}}_{2t}\tilde{\mathbf{F}}_{2t})) \end{aligned} \quad (\text{A-40})$$

Seguindo a Giordani y Söderlind (2004), el algoritmo involucra iteraciones hasta alcanzar la convergencia ('backwards in time') sobre (A-19)-(A-40). Debe de comenzarse con una matriz simétrica positiva y definida \mathbf{V}_{it+1} , así como algún \mathbf{K}_{it+1} . Si $\tilde{\mathbf{F}}_{it}$ y \mathbf{K}_{it} convergen a constantes $\tilde{\mathbf{F}}_i$ y \mathbf{K}_i , la dinámica del modelo es

$$\mathbf{x}_{1t+1} = \mathbf{M}_i\mathbf{x}_{1t} + \mathbf{C}_i\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}, \text{ donde } \mathbf{M}_i = \mathbf{A}_{11} + \mathbf{A}_{12}\mathbf{K}_i - \mathbf{B}_1^*\tilde{\mathbf{F}}_i, \quad (\text{A-41})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{2t} \\ \mathbf{u}_{it}^* \end{bmatrix} = \mathbf{N}_i\mathbf{x}_{1t}, \text{ donde } \mathbf{N}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_i \\ -\tilde{\mathbf{F}}_i \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{K}_i = \mathbf{D}_i - \mathbf{G}_i\tilde{\mathbf{F}}_i \quad (\text{A-42})$$

Apéndice B

En este apéndice mostramos a detalle el procedimiento por medio del cual se obtiene la probabilidad de error de detección para nuestro modelo. Seguimos el proceso desarrollado en Hansen y Sargent (2003). Empezamos por definir el modelo de referencia como R y el modelo distorsionado como D. El modelo R se representa por medio del espacio de estados dado por el sistema de ecuaciones (37) del texto, mientras que el modelo D corresponde al modelo distorsionado. El segundo modelo difiere del primero debido a que el proceso cost-push representado en la ecuación (22) contiene una distorsión aditiva ω_{t+1} . El ruido aditivo está dado por el vector ε_{t+1} . La verosimilitud de una muestra para el modelo i dado que los datos son generados por el modelo j se denota por L_{ij} , donde $j \neq i$ and $i = R, D$. La razón de verosimilitud se define como sigue:

$$r_i \equiv \log \frac{L_{ii}}{L_{ij}} \quad (\text{B-1})$$

La probabilidad de cometer un error de detección del modelo dado que los datos fueron generados por el modelo i está dada por la siguiente ecuación:

$$p_i = \Pr(\text{error} | i) = \text{frec}(r_i \leq 0) \quad (\text{B-2})$$

La probabilidad de cometer un error de detección del modelo es el promedio de la probabilidad de cometer un error cuando los datos son generados ya sea por R o por D:

$$p(\theta) = \frac{1}{2}(p_R + p_D) \quad (\text{B-3})$$

Para encontrar $p(\theta)$, necesitamos obtener p_R y p_D . Primero encontramos p_R haciendo uso de los siguientes cinco pasos:

1. Generamos una muestra con $T = 150$ observaciones para la variable de estado del modelo de referencia R. Es decir, obtenemos la trayectoria óptima para las variables de estado de un modelo de horizonte infinito con T periodos.
2. Usamos el método propuesto por Giordani y Söderlind (2004) que asume una distribución $N(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ para los errores aditivos. En otras palabras, los residuales poseen una matriz de varianza-covarianza igual a la identidad.

Obtenemos una extracción aleatoria de esta distribución para cada simulación.

3. Los nuevos residuales son $\tilde{\varepsilon}_{t+1} = \varepsilon_{t+1} + \omega_{t+1}$ (B-4)

4. L_{RD} se calcula usando los residuales del modelo R menos las distorsiones: $\varepsilon_{t+1} = \tilde{\varepsilon}_{t+1} - \omega_{t+1}$.

La ecuación de la verosimilitud es la siguiente:

$$\log L_{RD} = -\frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} \left\{ \log \sqrt{2\pi} + \frac{1}{2} (\tilde{\varepsilon}_{t+1} - \omega_{t+1}) (\tilde{\varepsilon}_{t+1} - \omega_{t+1}) \right\} \quad (\text{B-5})$$

Las distorsiones son generadas usando una regla de retroalimentación de ω_{t+1} que se obtiene del modelo D.

5. Obtenemos r_R y p_R para un total de 1,000 simulaciones para una muestra con $T = 150$.

Para obtener p_D , seguimos un procedimiento similar al señalado en los pasos 1-5. Sin embargo, en el primer paso, las 150 observaciones de la variable de estado son generadas usando el modelo distorsionado D. En el segundo paso, se asume que los residuales del modelo se distribuyen como $N(\mathbf{0}, \mathbf{I})$. En el cuarto paso, L_{DR} se calcula usando $\tilde{\varepsilon}_{t+1} = \varepsilon_{t+1} + \omega_{t+1}$ como se muestra a

$$\text{continuación: } \log L_{DR} = -\frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} \left\{ \log \sqrt{2\pi} + \frac{1}{2} (\varepsilon_{t+1} + \omega_{t+1}) (\varepsilon_{t+1} + \omega_{t+1}) \right\} \quad (\text{B-6})$$

Las distorsiones son generadas de la muestra del paso 1. Una vez que L_{DR} es obtenida, calculamos r_D y p_D para 1,000 simulaciones y $T = 150$.

Bibliografía

Ball, L., 1999. Policy rules for open economies, in: Taylor, J. (Ed.), *Monetary Policy Rules*, The University of Chicago Press, pp. 127-144.

Banco de México 2005, *Summary of the Quarterly Inflation Report October-December 2004*, Mexico City, Mexico.

Becker, R., Hall, S., Rustem, B., 1994, Robust optimal decisions with stochastic nonlinear economic systems. *Journal of Economic Dynamics and Control* 18, 125-147.

Blake, A.P., Zampolli, F., 2004. Time consistent policy in markov switching models. Manuscript, Monetary Assessment and Strategy Division, Bank of England.

Fair, R.C., Taylor, J.B., 1983. Solution and maximum likelihood estimation of dynamic rational expectations models. *Econometrica* 51, 1169-1185.

Giannoni, M.P., 2002. Does model uncertainty justify caution? Robust optimal monetary policy in a forward-looking model. *Macroeconomic Dynamics* 6, 111-144.

Giordani, P., Söderlind, P., 2004. Solution of macromodels with Hansen-Sargent robust policies: some extensions. *Journal of Economic Dynamics and Control* 28, 2367-2397.

Hansen, L., Sargent, T., 2003. *Robust Control and Model Uncertainty in Macroeconomics*. Manuscript, Stanford University.

Kendrick, D., 1981. *Stochastic Control for Economic Models*, Mc Graw Hill, New York.

Marcellino, M., Salmon, M., 2002. Robust decision theory and the Lucas critique. *Macroeconomic Dynamics* 6, 167-185.

Milani, F., 2003. Monetary policy with a wider information set: a bayesian model averaging approach. Manuscript, Princeton University.

Onatski, A., Stock, J.H., 2002. Robust monetary policy under model uncertainty in a small model of the U.S. economy. *Macroeconomic Dynamics* 6, 85-110.

- Roldan-Pena, J., 2005. Un analisis de la politica monetaria en Mexico bajo el esquema de objetivos de inflacion. Tesis de Licenciatura en Economia, ITAM, Mexico City, Mexico.
- Rustem, B., Wieland, V., Zakovic, S., 2001. A continuous min-max problem and its application to inflation targeting, in: Zaccour, G. (Ed.), *Decision and Control in Management Science: Essays in Honor of Alan Haurie*. Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 201-219.
- Sargent, T., 1999. Comment, in: Taylor, J. (Ed.), *Monetary Policy Rules*, The University of Chicago Press, pp. 144-154.
- Schmitt-Grohe, S., Uribe, M., 2001. Stabilization policy and the costs of dollarization. *Journal of Money, Credit, and Banking* 33 (2), 482-509.
- Stock, J.H., 1999. Comment, in: Taylor, J. (Ed.), *Monetary Policy Rules*, The University of Chicago Press, pp. 253-259.
- Tetlow, R., von zur Muehlen, P., 2001a. Robust monetary policy with misspecified models: does model uncertainty always call for attenuated policy? *Journal of Economic Dynamics and Control* 25, 911-949.
- Tetlow, R., von zur Muehlen, P., 2001b. Avoiding nash inflation: bayesian and robust responses to model uncertainty. Working Paper, Board of Governors of the Federal Reserve System, Washington, D.C.
- Walsh, C., 2004. Precautionary Policies. *Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Letter*, February 13.
- Woodford, M., 2003. Optimal interest-rate smoothing. *Review of Economic Studies* 70, 861-886.
- Zampolli, F., 2006. Optimal monetary policy in a regime-switching economy: the response to abrupt shifts in exchange rate dynamics. *Journal of Economic Dynamics and Control* 30, 1527-1567.