

Banco de México
Documentos de Investigación

Banco de México
Working Papers

N° 2006-04

**Pronósticos de Volatilidad del Tipo de Cambio Peso
Mexicano - Dólar: Un Análisis Empírico de Modelos
GARCH, Volatilidad Implícita de Opciones y Modelos
Compuestos**

Guillermo Benavides
Banco de México

Abril 2006

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively the responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Pronósticos de Volatilidad del Tipo de Cambio Peso Mexicano - Dólar: Un Análisis Empírico de Modelos GARCH, Volatilidad Implícita de Opciones y Modelos Compuestos*

Guillermo Benavides[†]
Banco de México

Resumen

En el presente trabajo de investigación se analiza el poder predictivo de varios modelos de pronósticos de volatilidad diaria del tipo de cambio Peso Mexicano - Dólar Estadounidense. Los modelos que se utilizan son: univariado GARCH; multi-variado GARCH (modelo BEKK); volatilidad implícita de opciones. Diferente a la mayoría de la literatura, en el presente trabajo se realiza una evaluación estadística del poder predictivo del modelo compuesto versus los modelos sin combinar. En términos del error cuadrático medio (ECM), los resultados muestran que el modelo compuesto fue el más certero al compararlo con el resto de los modelos. Al evaluar los ECMs se encontró que los estimados fueron estadísticamente diferentes entre sí. Lo cual demuestra la eficacia del modelo compuesto. De acuerdo a los resultados aquí mencionados las conclusiones son: el modelo compuesto fue superior al pronosticar y se deben de utilizar ambos tipos de datos -series históricas y de volatilidad implícita de opciones- en especial si estos últimos están disponibles.

Palabras Clave: Modelos de pronósticos compuestos, Multivariado GARCH, Pronósticos de volatilidad, Tipo de cambio peso - dólar, Volatilidad implícita de opciones.

*Agradezco los valiosos comentarios de un dictaminador anónimo, Tim Bollerslev, Alejandro Díaz de León, Alfonso Guerra participantes en las conferencias, 'International Risk Management Conference' en el Tecnológico de Monterrey Campus Ciudad de México, 'International Finance Conference 2005' en la Universidad de Copenhague en Dinamarca y Seminario de Estudios Económicos en Banco de México. También le agradezco a Israel Mora por la ayuda en el programación y a Luis Rodríguez por su ayuda al proveer los datos. Cualquier error en el documento es responsabilidad del autor.

[†] Dirección General de Investigación Económica. Email: gbenavid@banxico.org.mx.

Contenido

I. Introducción	2
II. Revisión de la Literatura.....	4
II.1. Modelos Tipo ARCH.....	4
II.2. Modelos de Volatilidad Implícita de Opciones	5
II.3 Modelos Compuestos.....	7
III. Motivación	9
IV. Contribución	9
V. Los Modelos	11
V.1 Modelos Tipo ARCH	11
V.2 Volatilidad Implícita de Opciones	18
V.3 El Modelo de Pronóstico Compuesto	
VI. Datos.....	22
VI.1. Opciones y Precios Spot.....	22
VII. Estadística Descriptiva	23
VIII. Resultados	24
VIII.1 Evaluación Dentro de la Muestra	24
VIII.2. Evaluación Fuera de la Muestra	25
VIII.3. Análisis de los Resultados	26
IX. Conclusión	27
Bibliografía	29
Apéndice	34

I. INTRODUCCIÓN

Existen básicamente cuatro métodos generales usados ampliamente para pronosticar la volatilidad de variables financieras. Estos son: 1) datos históricos, 2) modelos tipo-ARCH (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity - type models), 3) volatilidad implícita de opciones (siempre y cuando existan opciones sobre el subyacente); y, 4) modelos de volatilidad estocástica (Poon y Granger: 2003).¹ Mediante la extrapolación de los estimados de los diferentes modelos es posible obtener pronósticos de volatilidad. Aunque los mencionados métodos son ampliamente utilizados por practicantes y académicos, hoy en día existe un debate sobre cual método es superior. Lo anterior en términos de certeza al pronosticar (Brooks: 2002; Poon y Granger: 2003; Yersen et al.: 2005).

El presente trabajo de investigación considera el presente debate en la literatura y pone a prueba la certeza de pronosticar la volatilidad de los siguientes métodos: tipo-ARCH y volatilidad implícita de opciones. Aunado a lo anterior, se utiliza una especificación compuesta la cual se construye con los pronósticos de volatilidad de los métodos recientemente mencionados. El objetivo principal es el de analizar cual de los métodos es superior en términos de bondad de ajuste i.e., comparando el error cuadrático medio de cada método (MSE). Hoy en día, no se tiene un método, que por consenso, se le considere 'superior'. Cabe mencionar que la mayoría de la literatura se ha balanceado a favor de la volatilidad implícita

¹ Otros métodos se han sugerido: Noparametricos, redes neuronales, programación genética y basados en cambio de tiempo y duración. Sin embargo, el poder predictivo de estos es relativamente bajo y han habido menos cantidad de publicaciones con las referidas metodologías (Poon y Granger: 2003).

de opciones (Poon y Granger: 2003). Y cada día se publican más documentos de investigación sobre el tópico. Por ejemplo, para 2003, habían más de cien trabajos de investigación publicados (Yersen et al.: 2005; Poon y Granger: 2003).

Los modelos presentados en el presente estudio son: 1) un modelo 'Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)' univariado (Bollerslev: 1986), 2) un GARCH multivariado (Engle y Kroner: 1995); y, 3) un modelo compuesto. Estos modelos son puestos a prueba dentro de un marco empírico con el objetivo de buscar rechazar la siguiente hipótesis nula:

H_0 : Modelos de pronósticos de volatilidad compuestos no contienen información adicional de la volatilidad realizada (ex post).

Diferente a la mayoría de documentos en la literatura, el presente trabajo de investigación incluye una comparación estadística sobre cual arroja el mejor MSE. Adicionalmente, se realizan pruebas estadísticas para encontrar que especificación compuesta sería la más certera. Finalmente, vale la pena mencionar que el estudio se realiza para el tipo de cambio peso Mexicano – Dólar Estadounidense (USD). El referido tipo de cambio no se había utilizado para poner a prueba las mencionadas metodologías hasta la fecha.

La estructura del presente trabajo de investigación es de la siguiente manera. La revisión literaria se presenta en la Sección II. La motivación y contribución se presentan en las Secciones III y IV. Los modelos se presentan en la Sección V. Los datos en la Sección VI. La Sección VII presenta la estadística descriptiva. Los resultados se presentan en la Sección VIII. Finalmente, la Sección IX concluye. Gráficas y las tablas se encuentran en el Apéndice.

II. REVISIÓN DE LA LITERATURA

II.1. MODELOS tipo-ARCH

La volatilidad de variables financieras se describe por Brooks (2002) como el calculo de la varianza ó desviación estándar de los rendimientos de un activo para un período de tiempo especifico (muestra). Esta varianza ó desviación estándar puede considerarse como el pronóstico de volatilidad para períodos de tiempo en el futuro (Markowitz: 1952). Esta medida de volatilidad histórica era tradicionalmente utilizada como un insumo 'proxy' de volatilidad en modelos de valuación de opciones. Sin embargo, ha habido evidencia que el uso de la volatilidad estimada de modelos comparativamente más sofisticados, por ejemplo, tipo-ARCH han arrojado estimados de opciones más certeros (Akgiray: 1989; Chu y Freund: 1996). Esto es porque los mencionados tipos de modelos pueden capturar la volatilidad que varía a través del tiempo, lo que es común observar con series de datos financieras. Lo anterior también puede capturar el acumulamiento en la volatilidad observada en series de volatilidad financiera.² El método para estimar la volatilidad resulta más realista que simplemente utilizar una constante como el pronóstico de volatilidad. Hoy en día, existe evidencia empírica comprobada de que la volatilidad financiera varía con el tiempo (Mandelbrot: 1963; Fama: 1965; Engle: 1982, 2003).

² Acumulamiento en la volatilidad se refiere a que la varianza de los rendimientos logarítmicos sea relativamente alta por un período extenso de tiempo y relativamente baja por otro período extenso de tiempo. Por ejemplo, la varianza o volatilidad de un activo financiero puede ser alta por dos meses y luego baja por los siguientes dos.

Se encuentra bien documentado que los modelos tipo-ARCH pueden proporcionar estimados relativamente certeros de volatilidad de activos financieros. Para mencionar algunos están los trabajos de, Engle (1982), Taylor (1985), Akgiray (1989), Bollerslev et al. (1992), Ng y Pirrong (1994), Susmel y Thompson (1997), Wei y Leuthold (1998), Engle (2000), y Manfredo et al. (2001). Sin embargo, existe menor evidencia que los modelos tipo-ARCH estimen pronósticos relativamente certeros para evaluaciones fuera de la muestra (Park y Tomek: 1989; Schroeder et al.: 1993; Manfredo et al.: 2001). Todos ellos encontraron que el poder explicativo de los mencionados pronósticos fuera de la muestra son relativamente bajos. En la mayoría de los casos, las R^2 están por debajo del 10% (Pong et al.: 2003).³ Por ende, el poder predictivo de estos modelos suele ser cuestionado.

II.2. MODELOS DE VOLATILIDAD IMPLICITA DE OPCIONES

Hoy en día se sabe que la volatilidad implícita extraída de opciones resulta ser un estimador relativamente certero para pronosticar volatilidad financiera (Clements y Hendry: 1998; Fleming: 1998; Blair, Poon y Taylor: 2001; Manfredo et al.: 2001; Martens y Zein: 2002; Neely: 2002; Ederington y Guan: 2002; Giot: 2003). La expectativa del mercado 'hacia adelante' resulta atractiva intuitivamente y diferente en teoría si se le compara con la ya bien conocida volatilidad condicionada de los modelos tipo-ARCH. Dentro de la literatura académica se

³ Ellos encontraron que los pronósticos de la volatilidad implícita tuvieron un desempeño por lo menos igual comparándolos con los pronósticos de los modelos históricos. Específicamente, los modelos Autoregresivos Integrados Fraccionalmente de Media Móvil.

tienen trabajos que han comprobado que la volatilidad implícita de opciones suele ser más certera si se le compara con modelos de volatilidad histórica y tipo-ARCH. Lo anterior se muestra en los trabajos de Fleming et al. (1995), Giot (2003) para índices accionarios en mercados de futuros. Jorion (1995), Xu y Taylor (1995), Neely (2002), Benavides (2004) lo demuestran para el tipo de cambio; Christensen y Prabhala (1998), Figlewski (1997), Fleming (1998), Clements y Hendry (1998), Blair, Poon y Taylor (2001), Martens y Zein (2002) para precios de acciones; Ederington y Guan (2002) para opciones sobre futuros del S&P 500; y Manfredo et al. (2001), Benavides (2003) para futuros agropecuarios.

Cabe destacar que no todos los trabajos de investigación muestran comentarios positivos sobre la capacidad de predicción de las opciones. Algunos trabajos de investigación son escépticos al respecto (Day y Lewis: 1992, 1993; Figlewski: 1997; Lamoureux y Lastrapes: 1993). Los anteriores han encontrado serias inconsistencias referentes a la habilidad de pronosticar de la volatilidad implícita de las opciones. Ellos han argumentado sobre la posibilidad de tener especificaciones incongruentes al modelo de estimar la mencionada volatilidad implícita. Lo anterior ha incrementado el debate ya existente sobre que metodología es la más certera para pronosticar la volatilidad (Manfredo et al.: 2001; Brooks: 2002). Lo que sí es un hecho es que predecir la volatilidad de un activo financiero no es tarea fácil. Y como se ha demostrado en la literatura el poder explicativo de todo tipo de metodologías suele ser relativamente pobre para evaluaciones fuera de la muestra en donde se observan relativamente bajas R^2 .

II.3. MODELOS COMPUESTOS

Otro tipo de método para pronosticar la volatilidad financiera es la combinación de modelos ó especificación compuesta. Ésta es una combinación de modelos de pronósticos diferentes. El propósito de este método es encontrar una estimación de previsión más exacta mediante la combinación. La motivación para usar un acercamiento compuesto se relaciona con los errores principalmente. Normalmente se observa que los errores de los modelos de pronósticos individuales no tienen una correlación perfecta. Por ende, se espera que cada uno de los modelos en el acercamiento compuesto agregue información estadísticamente significativa en conjunto al modelo, dado la diferencia estadística en sus errores estimados (no teniendo correlación perfecta). Es posible disminuir los errores de la métrica promediándolos con varios modelos con el fin de mejorar el pronóstico (Makridakis: 1989). También se dice que la variación de errores de la post-muestra puede reducirse considerablemente con modelos compuestos (Clemen: 1989).

Los modelos compuestos para precios de activos financieros empezaron a ser evaluados formalmente desde finales de los 1960s. Entre los trabajos en este tema se encuentran Bates y Granger (1969), Granger y Ramanathan (1984), Clemen (1989), Makridakis (1989), y Kroner et al., (1994). Sin embargo, para lo relevante a pronósticos de volatilidad financiera la literatura muestra relativamente menos trabajos. Blair et. al. (2001), Vasilellis y Meade (1996) han realizado trabajos para índices accionarios; Fang (2002), Pong et al. (2003) y Benavides

(2004), para el tipo de cambio. Para productos agropecuarios están los trabajos de Manfredo et al., (2001) y Benavides (2003) por mencionar algunos.

Bessler y Brandy (1981) crearon las ponderaciones para el modelo de pronósticos compuesto basado en la habilidad de previsión de cada modelo individual por lo que se refiere a su MSE. Encontraron que para los precios del cerdo con frecuencia trimestral, los resultados eran superiores cuando estos modelos fueron combinados.⁴ A lo largo de las mismas líneas, Park y Tomek (1989) evaluaron modelos de pronóstico (incluyendo ARIMA, Vector-Autoregression y OLS para sus varianzas) y concluyeron a favor de la especificación compuesta. En un hallazgo opuesto, Schroeder et. al. (1993) informó que el pronóstico en la rentabilidad del ganado en engorda dio resultados contradictorios. Sus resultados mostraron que no había previsión lo suficientemente consistente para considerar a un modelo de pronóstico fiable (incluso el modelo compuesto). Manfredo et al. (2001) intentó pronosticar la volatilidad de precios de productos agrícolas mediante modelos ARIMA, tipo-ARCH y volatilidad implícita de opciones sobre futuros. Encontraron que, basado en su MSE, no había ningún modelo superior para prever la volatilidad. Sin embargo, reconocieron que el modelo compuesto que incluía GARCH y volatilidad implícita de opciones tuvo un desempeño marginalmente mejor que los modelos de pronóstico individuales. También reconocieron que el acercamiento compuesto podría usarse más ampliamente cuando una mayor cantidad de datos de opciones estén disponibles. Un método similar a lo propuesto por Manfredo et. al. (2001) es

⁴ Bessler y Brandy analizaron precios trimestrales del cerdo para una muestra de 1976:01 al 1979:02.

aplicado en la presente investigación. A continuación se dan los motivos por lo cual se analizará un tipo de cambio de una economía emergente.

III. MOTIVACIÓN

La motivación principal para la presente investigación es contribuir para extender la literatura actual relevante a pronosticar volatilidad financiera. El objetivo es comparar la exactitud de pronóstico de las metodologías ampliamente usadas de una manera en la cual no se ha hecho antes. Se da especial énfasis a la actuación de la especificación compuesta contra la exactitud de los modelos que no se combinan. Esto es porque se hecho significativamente menos investigación sobre la exactitud de modelos de pronóstico compuestos relativo a otros métodos. Hasta ahora, no se han puesto a prueba estos tipos de modelos usando el tipo de cambio peso mexicano - el dólar americano (USD).

IV. CONTRIBUCIÓN

El presente trabajo de investigación amplía el espectro sobre pronósticos de volatilidad el tipo de cambio de las siguientes maneras: Primero, algunos modelos de tipo-ARCH - normalmente no aplicados en la literatura académica - se usan en el presente proyecto (específicamente, modelos bi-variados y tri-variados). Como es conocido, la mayoría de los estudios en la literatura académica aplica sólo modelos univariados y no multivariados. Segundo, las estimaciones de pronóstico se comparan rigurosamente entre sí para evaluar si son estadísticamente diferentes. Esto es pertinente ya que los estimados de los modelos se esperan

que sean estadísticamente distintos entre sí. Si éste no es el caso, entonces no representa ninguna diferencia utilizar un modelo específico en lugar de un alternativo. Por último, el hecho que el GARCH multivariado y la volatilidad implícita de las opciones combinan pronósticos de volatilidad en un modelo compuesto es otra contribución. Lo anterior debido a que no se han analizado estos tipos de especificaciones dentro del marco de modelos de volatilidad compuestos.

Cabe agregar que la mayoría de la literatura esta basada en el análisis de monedas de economías desarrolladas. Las características individuales del tipo de cambio de una economía emergente como la mexicana como, por ejemplo, 'el problema del peso' pueden ser analizadas utilizando los modelos de volatilidad aquí propuestos.⁵

Los resultados del presente trabajo podrían ser de interés para agentes involucrados en la toma de decisiones considerando un enfoque de análisis de riesgos. Los referidos agentes podrían ser banqueros, tomadores de decisiones, inversionistas, corredores de bolsa, banqueros centrales, investigadores académicos, entre otros.

⁵ En mercados financieros internacionales el 'problema del peso' se refiere a situaciones en las cuales se observan brincos significativos en forma discreta en tipos de cambio ó cambios en los regimenes de política (Levich: 1998, pp. 237).

V. LOS MODELOS

V.1. *MODELOS tipo-ARCH*

Los modelos tipo-ARCH analizados son los univariados GARCH (p, q) y una versión restringida del multivariado BEKK (p, q). Este último propuesto por Engle y Kroner (1995). Los mencionados modelos fueron escogidos de la familia-ARCH debido a que pueden capturar eficazmente la dinámica de volatilidad del tipo de cambio a través del tiempo. Por ejemplo, los modelos tipo-ARCH que capturan la volatilidad asimétrica (EGARCH, TGARCH y QGARCH, entre otros) no son teóricamente justificables para modelar la volatilidad del tipo de cambio. Lo anterior debido a que las volatilidades de los tipos de cambio no exhiben volatilidades asimétricas como otros activos financieros lo hacen; es decir, no hay ninguna evidencia estadística que haya comprobado que sistemáticamente las volatilidades negativas son más altas que las positivas para los tipos de cambio. Los modelos tipo-ARCH Fraccionalmente Integrados (FIGARCH p, d, q) podrían ser aplicados para este caso pero hay una desventaja importante. Para el caso de un proceso $I(d)$ positivo, existiría una tendencia positiva en la volatilidad. Sin embargo, tendencias en la volatilidad no son comúnmente observadas (Granger: 2001). Por lo anterior se prefiere el uso de los tradicionales modelos GARCH(p, q) y BEKK (p, q).

El modelo BEKK (llamado así como acrónimo a un trabajo de investigación previamente elaborado por Baba, Engle, Kraft y Kroner (Baba et al.: 1992)) es utilizado para estimar la volatilidad tipo-ARCH del tipo de cambio dentro de un marco de estimación multivariada. El modelo no sólo estima las variaciones

condicionales, pero también las covarianzas condicionales. El modelo BEKK puede ser útil para probar teorías económicas que involucran el análisis de volatilidad financiera como, por ejemplo, influencias de incertidumbre de precios a variabilidad del empleo (Engle y Kroner: 1995). Otros podrían ser las relaciones de la volatilidad entre activos financieros; es decir, volatilidad del CAPM (Bollerslev et al.: 1988) y la volatilidad del índice de cobertura ('hedge ratio') para los rendimientos de un índice accionario, (Brooks, Hendry y Persaud: 2002), entre otros.

El modelo univariado GARCH (1,1) se aplica de acuerdo al procedimiento habitual como es explicado en Taylor (1986) y Bollerslev (1986). Las formulas para el GARCH(1,1) se explican a continuación. Existen dos ecuaciones principales: la ecuación de la media y la de la varianza,

ecuación de la media,

$$\Delta y_t = \mu + e_t \quad (1)$$

$$e_t | I_{t-1} \sim N(0, h_t),$$

ecuación de la varianza,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} . \quad (2)$$

Donde Δy_t = primeras diferencias en los logaritmos naturales del tipo de cambio en el momento t , e_t es el término del error en momento t , I_{t-1} es el conjunto de información en el momento $t-1$, h_t representa la variación condicional en el momento t y $t-1$ para h_{t-1} . Las letras griegas μ , α_0 , α_1 , β_1 son parámetros y $N(0, h_t)$ es para el supuesto que los rendimientos logarítmicos tienen una distribución aproximada a la normal a través del tiempo. En otras palabras, asumiendo un μ constante (la media de la serie y_t) la distribución de e_t tiene el supuesto de ser Gaussiana con media cero y varianza h_t . Los parámetros fueron estimados utilizando metodología de máxima verosimilitud la cual aplica el algoritmo de BHHH (Berndtand, Hall, Hall, y Hausman) de Berndt et al. (1974). La metodología de Bollerslev y Wooldridge (1992) fue utilizada para estimar los errores estándar. De esta manera los estimados son robustos para el caso de no normalidad en la serie analizada. A grandes rasgos, el objetivo es maximizar la siguiente función de verosimilitud- logarítmica:

$$\ln L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^n [\ln(2\pi) + \ln(h_t(\theta)) + z_t^2(\theta)],$$

donde θ es un conjunto de parámetros (μ , ω , α_i , β_i) estimados que maximizan la función objetivo $\ln L(\theta)$. z_t representa los residuos estandarizados calculados de la siguiente manera $\frac{\Delta y_t - \mu}{\sqrt{\sigma_t^2}}$. El resto de la notación es la misma que la expresada anteriormente.

El procedimiento para obtener las estimaciones del modelo de BEKK se explica como sigue, permitimos y_t ser un vector de rendimientos en el momento t ,

$$y_t = \mu + \varepsilon_t \quad (3)$$

donde μ es una constante (la media de la serie) y los errores ε_t heteroscedasticos tienen una distribución multivariada normal,

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim N(0, H_t) .$$

Cada uno de los elementos de H_t depende de q valores rezagados de los cuadrados y productos cruzados de ε_t como de p valores rezagados de H_t .⁶

Considerando un escenario multivariado es conveniente apilar los elementos no-redundantes de la matriz de la covarianza condicional en un vector; i.e., aquellos elementos sobre y abajo la diagonal principal. El operador, el cual realiza el mencionado apilamiento, es conocido como el *operador vech*. Definiendo $h_t = \text{vech}(H_t)$ y $\eta_t = \text{vech}(\varepsilon_t \varepsilon_t')$ la parametrización de la matriz de la varianza es,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \eta_{t-1} + \dots + \alpha_q \eta_{t-q} + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_p h_{t-p}. \quad (4)$$

⁶ La dimensión original del vector es de 2×1 . Esto es porque originalmente existen dos series bajo análisis: el tipo de cambio y la tasa de interés. En algún caso diferente se podría extender a un vector $n \times 1$. Por ejemplo, para el caso trivariado, tres series se consideran. Estas son: el tipo de cambio y las tasas de interés de ambas economías.

La Ecuación 4 es conocida como la representación *vech*. Bollerslev et al. (1988) propusieron una representación de la matriz diagonal en la que cada elemento de la matriz $h_{jk,t}$ depende solo de sus valores pasados y de valores pasados de los productos cruzados $\varepsilon_{j,t}\varepsilon_{k,t}$. En otras palabras, las varianzas dependen de sus propios residuos al cuadrado rezagados y las covarianzas dependen de sus propios productos cruzados de los residuos relevantes. Se asume una estructura diagonal de las matrices α_i y β_j . Lo anterior para obtener el modelo diagonal con la representación *vech* como se muestra en la Ecuación 4.

Es difícil de asegurar que la matriz sea positivo definido en el procedimiento de estimación de la matriz de la varianza-covarianza condicional de las representaciones anteriores. Esto podría estimar varianzas negativas que no son consistentes con la teoría estadística. Para asegurar la condición de una matriz de varianza-covarianza condicional que sea positivo definido Engle y Kroner (1995) propusieron el modelo de BEKK. Esta representación puede observarse en la ecuación siguiente:

$$H_t = \omega\omega' + \sum_{i=1}^q \alpha(\varepsilon_{t-i}\varepsilon'_{t-i})\alpha' + \sum_{i=1}^p \beta H_{t-i}\beta' \quad . \quad (5)$$

En la Ecuación 5, $\omega\omega'$ es simétrico y positivo definido. Los segundos y terceros términos en el lado derecho de la ecuación anterior están expresados en forma cuadrática. Esta forma cuadrática asegura que H_t sea positivo definido y que ninguna condición sea necesaria en los α_i y β_j matrices de parámetros. Como resultado, el valor eigen de la matriz de la varianza-covarianza tiene partes reales

positivas que satisfacen la condición para una matriz positiva definida que estima la varianzas positivas.

Para una aplicación empírica y sin pérdida de generalidad, el modelo BEKK puede estimarse en forma restringida. Lo anterior teniendo ω como una matriz triangular baja 2 x 2, α y β siendo matrices diagonales 2 x 2. Así, para el caso bivariado, el modelo bivariado BEKK (BVBEKK) puede expresarse en la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} H_{11,t} & H_{12,t} \\ H_{21,t} & H_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 \\ \omega_2 & \omega_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 \\ 0 & \omega_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11,t-1} & H_{12,t-1} \\ H_{21,t-1} & H_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ó (multiplicando las matrices),

$$H_{11t} = \omega_1^2 + \alpha_1^2 \varepsilon_{1t-1}^2 + \beta_1^2 H_{11t-1}$$

$$H_{22t} = \omega_2^2 + \omega_3^2 + \alpha_2^2 \varepsilon_{2t-1}^2 + \beta_2^2 H_{22t-1}$$

$$H_{12t} = H_{21t} = \omega_1 \omega_2 + \alpha_1 \alpha_2 \varepsilon_{1t-1} \varepsilon_{2t-1} + \beta_1 \beta_2 H_{12t-1}$$

Siguiendo el procedimiento para el caso del bivariado, un modelo trivariado-BEKK (TVBEKK) también puede derivarse. Así, la especificación para el TVBEKK es como se presenta a continuación:

$$H_{11t} = \omega_1^2 + \alpha_1^2 \varepsilon_{1t-1}^2 + \beta_1^2 H_{11t-1} \quad (7)$$

$$H_{22t} = \omega_2^2 + \omega_4^2 + \alpha_2^2 \varepsilon_{2t-1}^2 + \beta_2^2 H_{22t-1}$$

$$H_{33t} = \omega_3^2 + \omega_5^2 + \omega_6^2 + \alpha_3^2 \varepsilon_{3t-1}^2 + \beta_3^2 H_{33t-1}$$

$$H_{12t} = H_{21t} = \omega_1 \omega_2 + \alpha_1 \alpha_2 \varepsilon_{1t-1} \varepsilon_{2t-1} + \beta_1 \beta_2 H_{12t-1}$$

$$H_{13t} = H_{31t} = \omega_1 \omega_3 + \alpha_1 \alpha_3 \varepsilon_{1t-1} \varepsilon_{3t-1} + \beta_1 \beta_3 H_{13t-1}$$

$$H_{23t} = H_{32t} = \omega_2 \omega_3 + \omega_4 \omega_5 + \alpha_2 \alpha_3 \varepsilon_{2t-1} \varepsilon_{3t-1} + \beta_2 \beta_3 H_{23t-1}$$

Las variables usadas en el modelo bivariado son el tipo de cambio (y_1) y la tasa de interés libre de riesgo mexicana (y_2). Además de y_1 , y_2 una nueva variable se agrega para el caso trivariado: la tasa de interés libre de riesgo extranjera (y_3). Estas variables son de uso pertinente para el marco teórico de la Paridad de Interés Sin-cubrir (Uncovered Interest Parity).⁷ La especificación de estos modelos históricos (p , q) fue seleccionada aplicando el Criterio de Información de Akaike (AIC).⁸ La parsimoniosa especificación del primer orden mostró el AIC más pequeño. De esta manera, es considerada la óptima comparándola con el resto.

⁷ Lo anterior se refiere a que la esperanza en el cambio del tipo de cambio debe de ser igual al diferencial entre las tasas de interés libres de riesgo para cada economía (Brooks: 2002).

⁸ El AIC se obtiene con la siguiente formula: $\frac{-2l}{n} + \frac{2k}{n}$. Donde l es el valor de la función logarítmica de similitud usando k parámetros estimados y n es el número total de observaciones.

V.2. VOLATILIDAD IMPLICITA DE OPCIONES

La volatilidad implícita de opciones para un activo subyacente es el pronóstico de volatilidad del mercado el cual se obtiene de las opciones escritas en el referido activo subyacente (Hull: 2003). Para calcular la mencionada volatilidad implícita se necesita un modelo de valuación de opciones junto con los insumos que se necesitan para ese modelo. Los insumos para un modelo de valuación de opciones típico son: la tasa de interés libre riesgo, tiempo para la expiración del contrato, el precio del activo subyacente, el precio de ejercicio y el precio de la opción (Blair, Poon y Taylor: 2001). Utilizar un modelo de valuación inapropiado producirá errores significativamente grandes y la volatilidad implícita de la opción sería calculada de forma incorrecta. (Harvey y Whaley: 1992). Para cada día de negociación las volatilidades implícitas se calculan de opciones en-el-dinero (at-the-money) en el mercado extrabursátil (OTC). Se consideran contratos de opciones para el forward a un mes del peso Mexicano - USD.

V.3. EL MODELO DE PRONÓSTICO COMPUESTO

En el espíritu de Makridakis (1989), un modelo de pronóstico compuesto se estima también. El modelo de pronóstico compuesto incluye estimaciones de los modelos tipo-ARCH así como de volatilidades implícitas. Considerando que el tiempo considerado en la fórmula de precio de la opción está representado en años, las volatilidades implícitas estimadas se presentan en forma anualizada. Para tener consistencia con los rendimientos diarios, se deben transformar las estimaciones de volatilidades implícitas en el modelo de pronósticos compuesto al

equivalente de diarias, y a continuación deben de extenderse a un horizonte de pronóstico deseado. Considerando a Manfredo et. al. (2001) la fórmula para transformar los estimados anualizados en su equivalente diario para un horizonte de previsión deseado (hr) se presenta a continuación:

$$\hat{\sigma}_{t,hr} = IV_t \cdot \frac{\sqrt{hr}}{\sqrt{252}} \quad (11)$$

En la Ecuación 11, $\hat{\sigma}_{t,hr}$ representa el pronóstico de volatilidad para el hr -período. El símbolo IV_t representa la estimación de volatilidad implícita (anualizada) en el momento t . El hr representa el horizonte de pronóstico deseado. El numerador en la Ecuación 11 es uno porque representa un día de negociación (en otras palabras, el pronóstico es hecho para el próximo día de negociación) y el denominador (número 252) representa el número aproximado de días de negociación en un año.

Para crear al modelo de previsión compuesto es necesario usar una técnica dónde el pronóstico compuesto sea meramente el promedio de previsiones individuales en el momento t . Los pesos para cada uno de los pronósticos de volatilidad es generado por una regresión de mínimos cuadrados ordinarios (OLS). Se utiliza como variable dependiente la volatilidad realizada. Este procedimiento para crear los pesos para el pronóstico de volatilidad compuesto se explica en más detalle en Granger y Ramanathan (1984). Lo anterior se observa en la siguiente ecuación:

$$\sigma_t = \alpha_0 + \beta_1 \hat{\sigma}_{1,t} + \beta_2 \hat{\sigma}_{2,t} + \dots + \beta_k \hat{\sigma}_{k,t} + \varepsilon_t \quad (12)$$

En donde, σ_t representa la volatilidad realizada en el tiempo t , y $\hat{\sigma}_{k,t}$ representa el pronostic individual (k) correspondiente a la volatilidad realizada en el period t . Cuando puede observarse en esta ecuación, el modelo de previsión compuesto incluye que el promedio de la volatilidad individual pronosticada en el momento t . De acuerdo a Blair, Poon y Taylor (2001) la volatilidad realizada se puede calcular de la siguiente manera:

$$\sigma_{t,hr}^2 = \sum_{j=1}^{hr} R_{t+j}^2 \quad (13)$$

donde $\sigma_{t,hr}$ representa la volatilidad realizada (ex-post) en el tiempo t para el horizonte de pronóstico hr . La R_t^2 representa el rendimiento logarítmico al cuadrado en el período t . Es importante señalar que la volatilidad no se observa. La volatilidad sugerida representa una 'proxy' para la volatilidad real.⁹ Sin embargo, este método es el más utilizado en la literatura sobre pronósticos de volatilidad (Yersen y Bollerslev: 1998; Poon y Granger: 2003; Yersen, et al. 2005). Así, la previsión de volatilidad compuesta resultante puede observarse en la Ecuación 14 donde las variables son igual a las definidas previamente,

$$\hat{\sigma}_{t+1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\beta}_1 \hat{\sigma}_{1,t+1} + \hat{\beta}_2 \hat{\sigma}_{2,t+1} + \dots + \hat{\beta}_k \hat{\sigma}_{k,t+1} \quad (14)$$

⁹ Le estoy agradecido a Daniel Chiquiar y Carlos Capistrán por sugerirme que aclarara este punto.

El modelo de pronóstico compuesto de esta ecuación es una previsión de volatilidad de un-día. Para crear un pronóstico de volatilidad compuesto de más de un día comercial; es decir, $hr > 1$, el estimado de un-día se multiplica por \sqrt{hr} . El método mencionado es una práctica común en la literatura académica; sin embargo, es importante dar énfasis a que una alternativa es obtener predicciones de volatilidad para cada período en el intervalo de pronóstico (por ejemplo de un modelo ARCH-tipo).

Los MSE obtenidos de cada uno de los estimados de los modelos de pronóstico se compararon entre sí. La fórmula para obtener el referido MSE se presenta en la Ecuación 15,

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\sigma_{t,hr,i}^2 - \hat{\sigma}_{t-1,hr,i})^2, \quad (15)$$

donde n es el número de observaciones y las otra variables. Estas comparaciones de MSE se realizan para proporcionar un análisis robusto de la exactitud del modelo de pronóstico de volatilidad compuesto contra los modelos alternativos (los modelos de volatilidades condicionales e implícitas). El modelo con el MSE más pequeño es considerado el modelo más certero. Clasificar modelos en términos de su MSE es una práctica común en la literatura (Manfredo

et al.: 2001). El procedimiento aplicado para obtener estas estadísticas significativas esta basado en el método postulado por Diebold y Mariano (1995).¹⁰

VI. DATOS

VI.1. OPCIONES Y PRECIOS SPOT

Los datos para el tipo de cambio spot peso mexicano-USD consisten en precios de diarios obtenidos de la base de datos de la página web de Banco de México.¹¹ Éstos son los promedios diarios de cotizaciones ofrecidas por bancos mexicanos mayores y otros intermediarios financieros. La volatilidad implícita se calcula con datos de opciones OTC con frecuencia diaria con 1-mes a caducar (el tiempo a caducar del contrato de la opción siempre es fijo a un mes). Los datos se obtuvieron de la base de datos de Bloomberg. El ticker es USDMXNV1M.¹² Los datos para las tasas de interés consisten en tasas de interés a 30-días con frecuencia diaria de Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes) obtenidas de la página web del Banco de México. La tasa de interés equivalente para el caso de EE.UU. (con el mismo vencimiento) se obtiene de Certificates of

¹⁰ El referido método requiere generar una serie de tiempo, la cual es el diferencial del error cuadrático pronosticado de dos modelos de pronóstico; $d_t = (\sigma_t^2 - \hat{\sigma}_{1,t-1})^2 - (\sigma_t^2 - \hat{\sigma}_{2,t-1})^2$, donde d_t es el diferencial de la series y $\hat{\sigma}_i$ es el pronóstico del modelo i . El t -estadístico se obtiene

de la siguiente manera; $\frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{sd}{n}}}$ donde \bar{d} es la media de la muestra y sd es la desviación estándar de (d). Las otras variables conservan la misma notación.

¹¹ La página electrónica del Banco de México es <http://www.banxico.org.mx>

¹² Volatilidad implícita proporcionada por una correduría a nivel internacional también se utilizó. Sin embargo, en el presente trabajo de investigación se decidió utilizar la obtenida a través de Bloomberg. Le estoy agradecido a Alejandro Díaz de León por sugerirme la aplicación de volatilidad implícita obtenida como dato duro y no solo basada en modelos.

Deposit (CD) y se obtuvieron de la página web de Reserva Federal. El período analizado de la muestra es de aproximadamente seis años, de 01/03/2000 a 01/09/2006. El tamaño de la muestra consiste en 1,295 observaciones diarias.

VII. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Esta subsección presenta las estadísticas descriptivas para la estimación expost de las volatilidades de rendimientos del tipo de cambio y la volatilidad que pronostican los modelos. Antes de modelar el GARCH, se efectuaron pruebas en las series analizadas para corroborar si la serie tiene efectos ARCH, y por consiguiente asegurar que estos tipos de modelos son apropiados para los datos. La prueba utilizada es la ARCH-LM de acuerdo al procedimiento propuesto por Engle (1982). Según los resultados, todas las series bajo estudio, tienen efectos ARCH.¹³ Bajo la nula de homoscedasticidad en los errores, las *F*-estadísticas fueron de 8.5119 para el tipo de cambio spot, 12.9234 para la tasa de interés mexicana y 24.6407 para la tasa de interés Norteamericana. Para todas las variables las hipótesis nulas se rechazaron a favor del heteroscedasticidad en esos errores. Así, la aplicación de modelos ARCH-tipo está estadísticamente justificada (el valor crítico es de 6.63 en el límite para un 1% nivel de confianza).

La **Gráfica 1** presenta el tipo de cambio spot y su relativa volatilidad realizada. El **Cuadro 1** muestra las estadística descriptiva para la volatilidad realizada y los modelos de pronóstico. Como puede observarse en el Cuadro 1 las

¹³ Las pruebas se llevaron a cabo con una regresión de los rendimientos logarítmicos vs. una constante. La prueba ARCH-LM se desarrolla sobre los residuos de esa regresión. Lo anterior consiste en incluir una regresión auxiliar de los residuales al cuadrado vs. una constante y valores rezagados de los mismos residuos. La significancia estadística se pone a prueba con una Distribución-*F*. Cinco rezagos se aplicaron para cada prueba.

medias de la volatilidad implícita son mayores a las volatilidades de los otros modelos. Estos resultados son consistentes con lo encontrado por Christensen y Prabhala (1998). Las distribuciones de todas las variables son muy sesgadas y leptocurticas, indicando la no-normalidad de los rendimientos diarios y las estimaciones de pronostico. Esto es consistente con el trabajo de Wei y Leuthold (1998). Por ultimo, **Gráficas 2 y 3** presentan las observaciones de la volatilidad realizada (línea de arriba) y estimaciones de los modelos GARCH y volatilidad implícita de opciones (líneas del abajo). En ambas graficas se puede observar que los pronósticos capturan relativamente bien la volatilidad acumulada de la muestra ('volatility clustering').

VIII. RESULTADOS

VIII.1. EVALUACION DENTRO DE LA MUESTRA

Los resultados de MSE se presentan en el **Cuadro 2**. Para el modelo compuesto, el BVBEKK y la volatilidad implícita fueron escogidas dado que tenían mejor pronóstico siendo superior a los alternativos. Se obtuvieron los pesos asignados a cada modelo de una regresión de OLS como se explicó anteriormente. La volatilidad implícita tuvo el peso más alto cercano al 90%. Por otro lado, el modelo de BVBEKK obtuvo sólo 10% del peso. Esto muestra que las opciones tenían el volumen de información más alto comparado con el modelo multi-variado GARCH. puede observarse que el modelo más exacto es el modelo compuesto dado que tiene el MSE más bajo. En el Cuadro 2 puede observarse que el modelo más exacto es el modelo compuesto dado que tiene el MSE más

bajo.¹⁴ El segundo pronóstico mejor es el de la volatilidad implícita. Cuando se realiza la prueba para la diferencia estadística entre los dos modelos compitiendo, la hipótesis nula de igualdad de los pronósticos fue rechazada (ver Cuadro 3). Esto lleva a la conclusión que hay superioridad de pronóstico entre el modelo compuesto y los alternativos. Estos resultados son consistentes con parte de la literatura que favorece a los modelos compuestos por lo que se refiere a la exactitud del pronóstico. La diferencia estadística de los MSE entre los modelos (Cuadro 3) es estadísticamente significativa al 1%.

VIII.2. EVALUACION FUERA DE LA MUESTRA

El período de la muestra analizada es subdividido en dos mitades para evaluar los pronósticos fuera-de-muestra. Se obtienen estimaciones (dentro-de-la-muestra) para todos los modelos del 3 de enero de 2000 al 22 de enero de 2003 para un total de 647 observaciones (la mitad el número total de observaciones). El período ‘jump-off’ es el 23 de enero de 2003. Así, la evaluación de la fuera-de-el-muestra para todos los modelos de pronóstico es del 23 de enero de 2003 al 9 de enero de 2006.

La pronósticos escogidos para la especificación compuesta fueron aquéllos con exactitud de pronostico superior (MSE más bajo) en la evaluación de dentro-de-la-muestra. Éstos fueron los BVBEKK para el ARCH-tipo y volatilidad implícita. Los pesos aplicados en las estimaciones de pronóstico eran cualitativamente

¹⁴ Es importante mencionar que diferentes tamaños de muestras se utilizaron para el modelo compuesto. Los anteriores resultados fueron cualitativamente similares a los presentados en esta subsección. Los resultados están disponibles según requerimiento del lector.

similares a aquéllos usados en la valoración de dentro-de-la-muestra, es decir, alrededor de 90% para la volatilidad implícita y alrededor de 10% para el BVBEKK. Los resultados del MSE para cada ejemplar incluso la especificación compuesta se presentan en el **Cuadro 4**. En la evaluación de fuera-de-el-muestra el modelo compuesto tiene también el MSE más bajo. El segundo mejor fue el de la volatilidad implícita. Los MSEs que presentan diferencias estadísticas se observan en el **Cuadro 5**. Los resultados son cualitativamente similares a aquéllos obtenidos para las estimaciones de dentro-de-la-muestra. Los pronósticos también se efectuaron con ventana rodante y un método recursivo. Los resultados en ambos métodos fueron cualitativamente similares a los unos explicados anteriormente por lo que no se reportan.¹⁵

VIII.3. ANALISIS DE LOS RESULTADOS

El hallazgo general es que el modelo compuesto fue superior en términos de MSE. Los pronósticos estimados del modelo compuesto son estadísticamente diferentes que sus competidores. Así, la hipótesis nula presentada al inicio del documento que los modelos compuestos no contienen la información adicional de la volatilidad realizada (expost) se rechaza. El poder predictivo de las opciones ha demostrado ser más exacto que los modelos del ARCH-tipo. Pero si el ARCH-tipo y de opciones se combinan el MSE se tiende a disminuir con significancia estadística. Esto recomienda el uso de ambos tipos de datos cuando estén disponibles. Finalmente, los resultados del trabajo de investigación son

¹⁵ Los resultados están disponibles según requerimiento del lector.

consistentes con aquellos que argumentan en favor de las especificaciones compuestas (Vasilellis y Meade: 1996; Blair et. al.: 2001; Manfredo et. al.: 2001; Benavides: 2003, 2004). Aproximadamente el 76% de los estudios han encontrado que la volatilidad implícita de opciones son más exactas para pronosticar la volatilidad de variables financieras (Poon y Granger: 2003). Los resultados del presente trabajo son consistentes con los mencionados estudios.

IX. CONCLUSION

El debate continuo para considerar que modelo es más certero para pronosticar la volatilidad de rendimientos de precios de activos financieros, ha llevado a una cantidad substancial de investigación. Muchos han comparado modelos ARCH-tipo planea contra la volatilidad implícita de opciones y modelos de pronostico compuestos. Aunque la mayoría de la literatura defiende que el uso de la volatilidad implícita de opciones es la alternativa más certera, ninguna conclusión ha sido ampliamente aceptada. Lo anterior es porque la evaluación estadística de los pronósticos generalmente ha mostrado que los modelos tienen la exactitud igual en términos estadísticos.

En el presente trabajo de investigación los modelos de pronostico de volatilidad mencionados; es decir, El ARCH-tipo, implícitas de opciones y modelos de pronostico de compuestos, fueron comparados para encontrar cual es más certero para pronosticar la volatilidad tipo de cambio Peso Mexicano - Dólar Estadounidense. Se realizaron pruebas dentro-de-la-muestra y evaluaciones de la fuera-de-la-muestra. Ventanas rodantes y métodos del recursivo también fueron

utilizados. Se concluye que la especificación compuesta que incluye volatilidad implícita y pronósticos ARCH-tipo fue superior.

BIBLIOGRAFÍA

Andersen, T. G., Bollerslev, T., Christoffersen, P. F., y Diebold, F.X. (2005). Volatility y Correlation Forecasting. Hybook of Economic Forecasting. Edited by G. Elliot., C.W.J. Granger., y A. Timmermann. Amsterdam: North Holly.

Andersen, T. G., y Bollerslev, T. (1998). Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models Do Provide Accurate Forecasts. International Economic Review. Vol. 39 (885-905).

Akgiray, V. (1989). Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts. Journal of Business. Vol. 62. (55-80).

Baba, Y., Engle, R. F., Kroner, K. F. y Kraft, D. (1992). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. Trabajo de investigación 92 – 5. University of Arizona, Tucson.

Barone-Adesi, G. y Whaley, R. E. (1987). Efficient Approximation of American Option Values. The Journal of Finance. Vol. 42. June. (301-320).

Bates, J. M. y Granger, C. W. J. (1969). The Combination of Forecasts. Operations Research Quarterly. Vol. 20. (451 – 468).

Benavides, G. (2003). Price Volatility Forecasts for Agricultural Commodities: An Application of Historical Volatility Models, Option Implieds and Composite Approaches for Futures Prices of Corn and Wheat. *trabajo de investigación*.

Benavides, G. (2004). Predictive Accuracy of Futures Option Implied Volatility: The Case of the Exchange Rate Futures Mexican Peso - US Dollar. *trabajo de investigación*.

Berndtand, E. Hall, B. Hall, R. y Hausman, J. (1974). Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models. Annals of Economic and Social Measurement. (653-665).

Bessler, D. A. y Brandy, J. A. (1981). Forecasting Livestock Prices with Individual and Composite Methods. Applied Economics. Vol. 13. (513 – 522).

Black, F. y Scholes, M. S. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. Journal of Political Economy. Vol. 81. May-June (637 – 654).

Blair, B. J., Poon, S. y Taylor, S. J. (2001). Forecasting S&P 100 Volatility: The Incremental Information Content of Implied Volatilities and High-Frequency Index Returns. Journal of Econometrics. Vol. 105. (5-26).

Bollerslev, T. P. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. Journal of Econometrics. Vol. 31. (307-327).

Bollerslev, T., Engle, R. y Wooldridge, J. (1988) A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances. Journal of Political Economy. No. 96. (116-131).

Bollerslev, T. P., Chou, R. Y. y Kroner, K. F. (1992). ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence. Journal of Econometrics 52 (5-59).

Brooks, C., Henry, O. T. y Persy, G. (2002). Optimal Hedging and the Value of the News. Journal of Business. Vol. 75. Issue 2. (333-52).

Brooks, C. (2002). Introductory Econometrics for Finance. Cambridge University Press.

Christensen, B. J., y Prabhala, N. R. (1998). The Relation between Implied and Realized Volatility. Journal of Financial Economics. Volume 50, Issue 2, November: (125-150).

Chu, S. H. y Freund, S. (1996). Volatility Estimation for Stock Index Options: A GARCH Approach. Quarterly Review of Economics and Finance. Vol. 36. (431-450).

Clemen, R. T. (1989). Combining Forecasts: A Review and Annotated Bibliography. International Journal of Forecasting. Vol. 5. (559 – 583).

Clements, M. P. y Hendry, D. F. (1998). Forecasting Economic Time Series. Cambridge: Cambridge University Press.

Day, T. E. y Lewis, C. M. (1992). Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options. Journal of Econometrics. Vol. 52. (267-287).

Diebold, F. X. y Mariano, R. S. (1995). Comparing Predictive Accuracy. Journal of Business y Economic Statistics. Vol. 13. (253-263).

Ederington, L. y Guan, W. (2002). Is implied Volatility an Informationally Efficient and Effective Predictor of Future Volatility? Journal of Risk. Vol. 4 (3).

Engle, R. F. (1982) "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation," Econometrica, 50, (987–1008).

Engle, R. F. (2000). Dynamic Conditional Correlation – A Simple Class of Multivariate GARCH Models. SSRN Discussion Trabajo de investigación 2000-09. University of California, San Diego. May 2000.

Engle, R. F. y Kroner, K. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. Econometric Theory 11. (122-150).

Fang, Y. (2002). Forecasting Combination and Encompassing Tests. International Journal of Forecasting. Vol. 1. Elsevier Science B. V.

Figlewski, S. (1997). Forecasting Volatility. Financial Markets, Institutions, and Instruments. Vol. 6. (2-87).

Fleming, J. (1998). The Quality of Market Volatility Forecasts Implied by S & P 100 Index Option Prices. Journal of Empirical Finance. Vol. 5. (317-345).

Garman, M.B. y Kohlhagen, S. W. (1983). Foreign Currency Option Values. Journal of International Money y Finance. Vol. 2. pp. 231-37, May.

Giot, P. (2003). Implied Volatility Indexes and Daily Value-at-Risk Models. trabajo de investigación. Department of Business Administration & CEREFIM at University of Namur, Belgium.

Granger, C. W. J. y Ramanathan, R. (1984). Improved Methods of Combining Forecasts. Journal of Forecasting. Vol. 3. (197-204).

Granger, C. W. J. (2001). Long Memory Process-An Economist's Viewpoint. trabajo de investigación University of California at San Diego.

Harvey, C. R. y Whaley, R. E. (1992). Dividends and S&P 100 Index Options. Journal of Futures Markets. Vol. 12. (123 – 137).

Hull, J. (2003). Options, Futures and Other Derivatives. 5th. Edition. Prentice Hall.

Jorion, P. (1995). Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market. The Journal of Finance. Vol. 50 (507-528).

Kroner, K., Kneafsey, K. P. y Claessens, S. (1994). Forecasting Volatility in Commodity Markets. Journal of Forecasting. Vol. 14. (77-95).

Lamoureux, C. G. y Lastrapes, W. D. (1993). Forecasting Stock Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatilities. The Review of Financial Studies. Vol. 6. (293-326).

Levich R. M. (1998). International Financial Markets: Prices and Policies. Boston, Mass.: Irwin McGraw-Hill.

Makridakis, S. (1989). Why Combining Works? International Journal of Forecasting. Vol. 5. (601-603).

Manfredo, M. Leuthold, R. M. y Irwin, S. H. (2001). Forecasting Cash Price Volatility of Fed Cattle, Feeder Cattle and Corn: Time Series, Implied Volatility and Composite Approaches. Journal of Agricultural y Applied Economics. Vol. 33. Issue 3. December. (523-538).

Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. The Journal of Finance. Vol. VII, No. 1. March.

Martens, M., y Zein, J. (2002). Predicting Financial Volatility: High-Frequency Time-Series Forecasts vis-à-vis Implied Volatility, Mimeo, Erasmus University Rotterdam.

Neely, C.J., (2002). Forecasting Foreign Exchange Volatility: Is implied Volatility the Best We Can Do? Federal Reserve Bank of St. Louis, trabajo de investigación 2002-017.

Ng, V. K y Pirrong, S. C. (1994). Fundamentals and Volatility: Storage, Spreads, and the Dynamic of Metals Prices. Journal of Business 67 (203-230).

Park, D. W. y Tomek, W. G. (1989). An Appraisal of Composite Forecasting Methods. North Central Journal of Agricultural Economics. Vol. 10. (1-11).

Poon, S-H. y Granger, C. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review, Journal of Economic Literature. Vol. 41. No. 2, June. (478-539).

Pong, S., Shackleton, M., Taylor, S. y Xu, X. (2003). Forecasting Currency Volatility: A Comparison of Implied Volatilities and AR(FI)MA models. Forthcoming, Journal of Banking y Finance.

Schroeder, T. C., Albright, M. L., Langemeier, M. R. y Mintert, J. (1993). Factors Affecting Cattle Feeding Profitability. Journal of the American Society of Farm Managers y Rural Appraisers. 57: (48-54).

Susmel, R. y Thompson, R. (1997). Volatility, Storage and Convenience Evidence from Natural Gas Markets. Journal of Futures Markets. Vol. 17. No. 1 (17-43).

Taylor, S. J. (1985). The Behavior of Futures Prices Overtime. Applied Economics, 17:4 Aug: (713-734).

Taylor, S. J. (1986). Modeling Financial Time Series. Wiley.

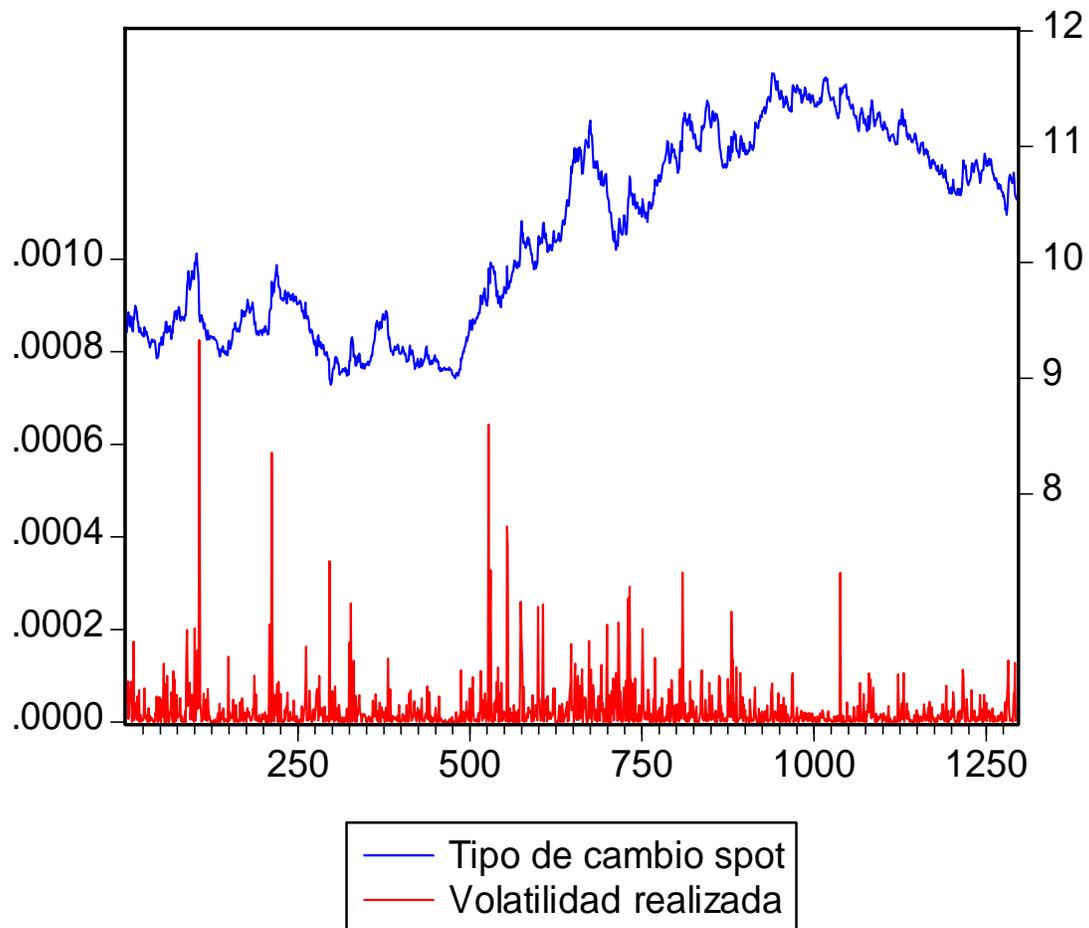
Vasilellis, G. A. y Meade, N. (1996). Forecasting Volatility for Portfolio Selection. Journal of Business Finance and Accounting. Vol. 23 (125-143).

Wei, A. y Leuthold, R. M. (1998). Long Agricultural Futures Prices: ARCH, Long Memory, or Chaos Processes. OFOR Trabajo de investigación Number 98-03.

Xu, X. y Taylor, S. J. (1995). Conditional Volatility and the Informational Efficiency of the PHLX Currency Options Market. Journal of Banking y Finance. Vol. 19, (803-821).

APÉNDICE

Gráfica 1. Tipo de cambio peso mexicano – USD en niveles (eje derecho) y la volatilidad realizada (eje izquierdo).

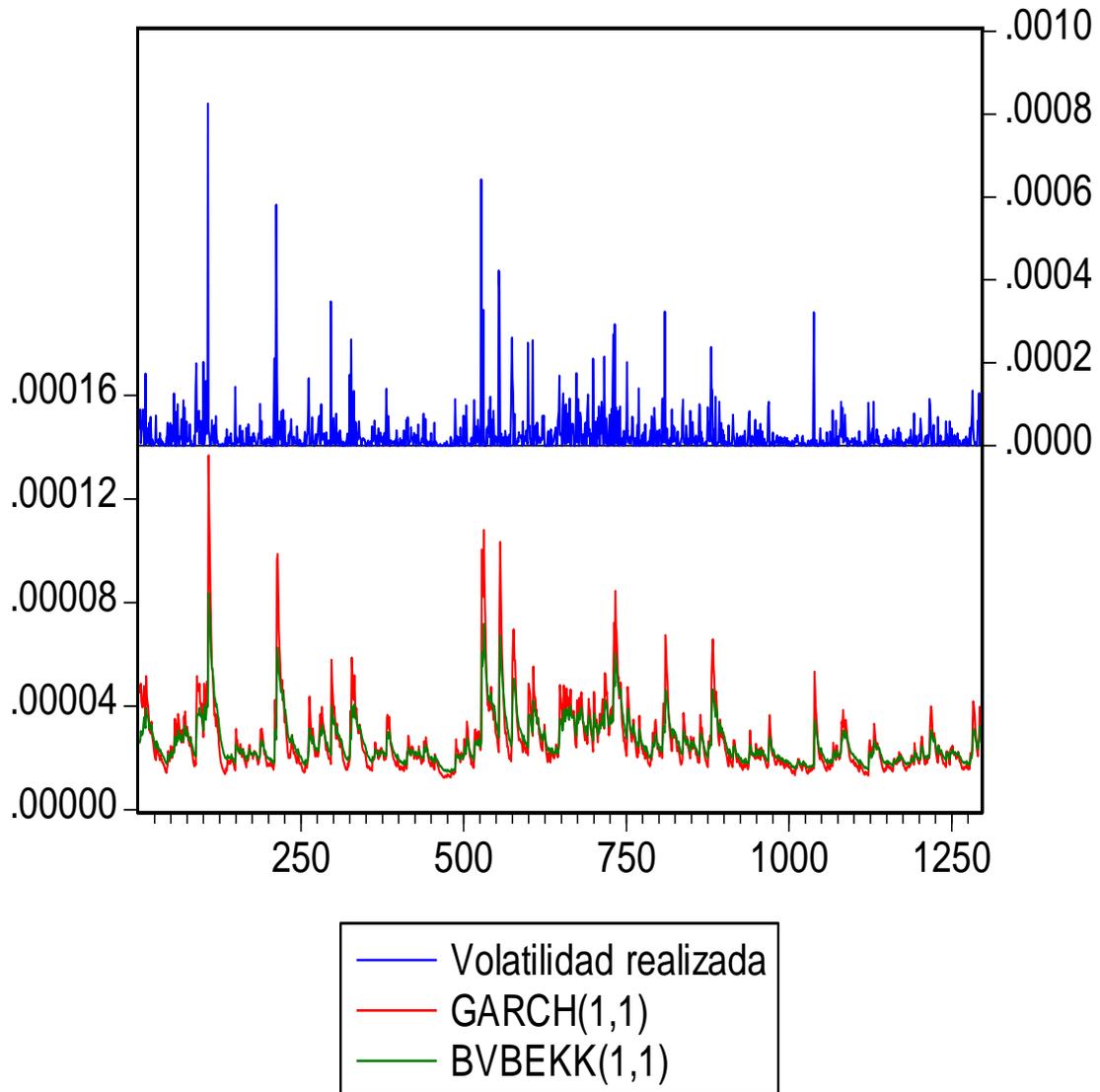


Cuadro 1. Estadística descriptiva de la volatilidad realizada (expost) y la volatilidad de los modelos de pronóstico

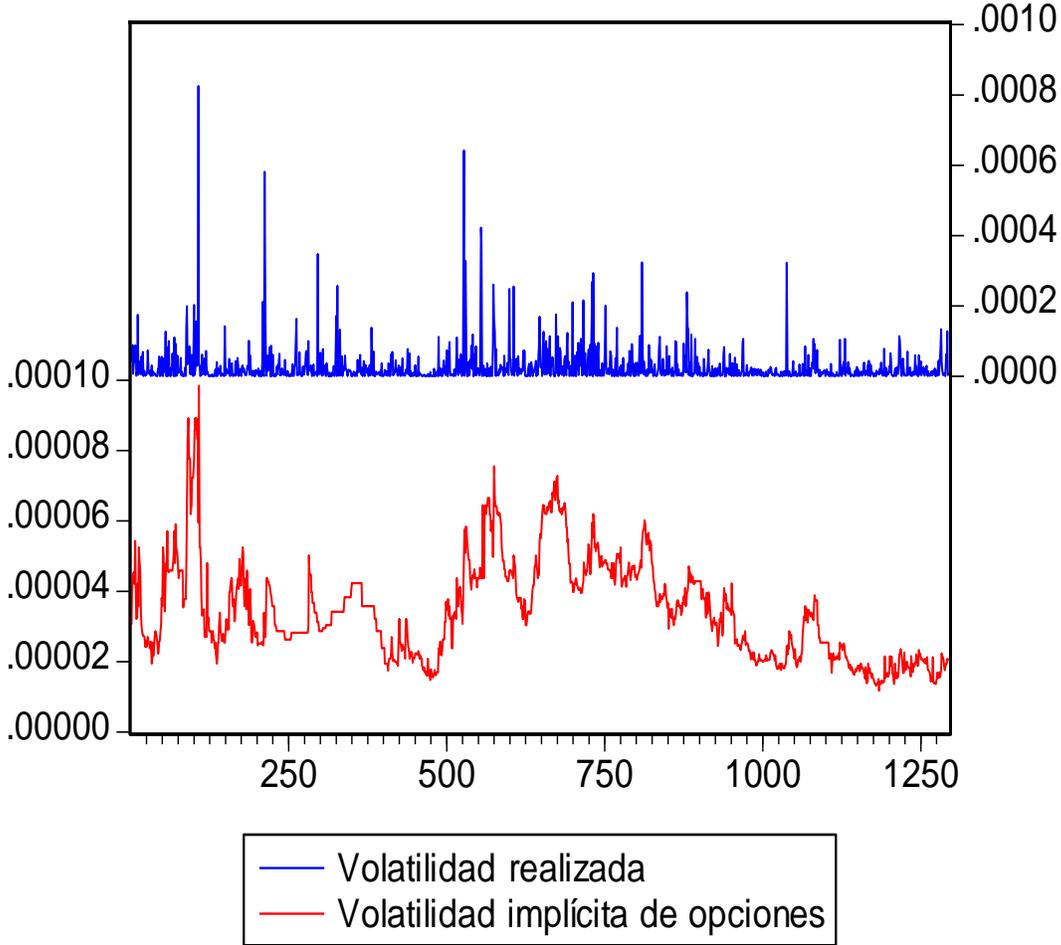
Modelo	Media	Varianza	Sesgo	Curtosis	N
Volatilidad Realizada	2.61×10^{-5}	2.87×10^{-9}	6.6501	71.2398	1,294
GARCH(1,1)	2.67×10^{-5}	1.66×10^{-10}	2.7950	15.3874	1,294
BVBEKK(1,1)	2.62×10^{-5}	7.59×10^{-11}	1.9312	8.5458	1,294
TVBEKK(1,1)	2.60×10^{-5}	2.84×10^{-11}	0.2379	2.0209	1,294
Implícita	3.38×10^{-5}	2.13×10^{-10}	0.5361	2.3210	1,294
Modelo Compuesto	6.96×10^{-6}	2.00×10^{-9}	5.1928	46.1972	1,294

El Cuadro reporta la estadística descriptiva de la volatilidad realizada (expost) y la volatilidad de los modelos de pronóstico para el tipo de cambio peso mexicano-USD. La volatilidad implícita corresponde a opciones ‘at-the-money’ (ó ‘near-the-money’) obtenida de Bloomberg. El ticker es USDMXNV1M. El tamaño de la muestra es de 1,294 observaciones del 3 de enero 2000 al 9 de enero de 2006. N = Numero de observaciones.

Gráfica 2. Volatilidad realizada (ex post) y estimados de los modelos ARCH-tipo (volatilidad realizada en la parte superior).



Gráfica 3. Volatilidad realizada (ex post) y estimados de la volatilidad implícita (volatilidad realizada en la parte superior).



Cuadro 2. Dentro-de-la-muestra MSE para el peso mexicano – USD

MODELO DE PRONÓSTICO	MSE DENTRO- DE-LA MEUSTRA	RANGO
Modelo compuesto	2.7262 x 10^{-9*}	1
Implícita	2.7904 x 10 ⁻⁹	2
BVBEKK(1,1)	2.8008 x 10 ⁻⁹	3
GARCH(1,1)	2.8142 x 10 ⁻⁹	4
TVBEKK(1,1)	2.8245 x 10 ⁻⁹	5

El Cuadro reporta el error cuadrático medio (MSE) para cada uno de los modelos de pronóstico. La volatilidad implícita corresponde a opciones en el dinero ‘at-the-money’ (ó ‘near-the-money’) obtenida de Bloomberg. El ticker es USDMXNV1M. La volatilidad realizada (ex post) usada para obtener el MSE es la anualizada ex-post del rendimiento al cuadrado del tipo de cambio. Rango 1 representa mayor certeza. El tamaño de la muestra es de 1,294 observaciones del 3 de enero 2000 al 9 de enero de 2006. Negritas (*) indica el menor valor.

Cuadro 3. Diferencia estadística de los MSE para la evaluación dentro-de-la-muestra.

	Compuesto	Implícita	BVBEEK	GARCH	TVBEEK
Compuesto	N.A.	27.5092*** (0.0000)	22.5655*** (0.0000)	22.4878*** (0.0000)	22.5625*** (0.3104)
Implícita		N.A.	17.6781*** (0.0000)	14.5526*** (0.0000)	20.1515*** (0.0000)
BVBEEK			N.A.	0.9539 (0.4020)	1.0146 (0.3104)
GARCH				N.A.	1.8083* (0.0707)
TVBEEK					N.A.

El Cuadro reporta diferencias estadísticas en el MSE para la evaluación dentro-de-la-muestra. Cada modelo en un renglón se compara con el respectivo de las columnas de enfrente. El método utilizado es el postulado por Diebold y Mariano (1995). *t*-estadístico reportado. *P*-valor en paréntesis. H_0 = pronósticos son estadísticamente iguales. *t*-estadístico (***) Indica que el coeficiente es estadísticamente significativo al 1% nivel de confianza; (**) Indica que el coeficiente es estadísticamente significativo al 5% nivel de confianza; (*) Indica que el coeficiente es estadísticamente significativo al 10% nivel de confianza. El tamaño de la muestra es de 1,294 observaciones del 3 de enero 2000 al 9 de enero de 2006.

Cuadro 4. Fuera-de-la-muestra MSE para el peso mexicano – USD

MODELO DE PRONÓSTICO	MSE DENTRO- DE-LA- MUESTRA	RANGO
Compuesto modelo	1.6589 x 10^{-5*}	1
Implícita	1.7009 x 10 ⁻⁵	2
BVBEKK(1,1)	1.7583 x 10 ⁻⁵	3
GARCH(1,1)	1.8634 x 10 ⁻⁵	4
TVBEKK(1,1)	1.8947 x 10 ⁻⁵	5

El Cuadro reporta el error cuadrático medio (MSE) para cada uno de los modelos de pronóstico. La volatilidad implícita corresponde a opciones en el dinero ‘at-the-money’ (ó ‘near-the-money’) obtenida de Bloomberg. El ticker es USDMXNV1M. La volatilidad realizada (ex post) usada para obtener el MSE es la anualizada ex-post del rendimiento al cuadrado del tipo de cambio. Rango 1 representa mayor certeza. El tamaño de la muestra es de 1,294 observaciones del 3 de enero 2000 al 9 de enero de 2006. Negritas (*) indica el menor valor.

CUADRO 5. Diferencia estadística de los MSE para la evaluación fuera-de-la-muestra.

	Compuesto	Implícita	BVBEEK	GARCH	TVBEEK
Compuesto	N.A.	19.1532*** (0.0000)	11.3182*** (0.0000)	9.2582*** (0.0000)	9.3675*** (0.3104)
Implícita		N.A.	9.7268*** (0.0000)	5.2489*** (0.0000)	10.0258*** (0.0000)
BVBEEK			N.A.	0.0011 (0.9991)	0.0008 (0.994)
GARCH				N.A.	0.0002 (0.9998)
TVBEEK					N.A.

El Cuadro reporta diferencias estadísticas en el MSE para la evaluación fuera-de-la-muestra. Cada modelo en un renglón se compara con el respectivo de las columnas de enfrente. El método utilizado es el postulado por Diebold y Mariano (1995). *t*-estadístico reportado. *P-valor* en paréntesis. H_0 = pronósticos son estadísticamente iguales. *t*-estadístico (***) Indica que el coeficiente es estadísticamente significativo al 1% nivel de confianza; (**) Indica que el coeficiente es estadísticamente significativo al 5% nivel de confianza; (*) Indica que el coeficiente es estadísticamente significativo al 10% nivel de confianza. El tamaño de la muestra es de 1,294 observaciones del 3 de enero 2000 al 9 de enero de 2006.